AKUSTISCHE ZEITSCHRIFT

Fünftes Heft | Vierter Jahrgang | September 1939

Theorien der Lichtbeugung an Ultraschallwellen

Von N. S. Nagendra Nath

(z. Z. Physikalisches Institut der Universität Köln)

(Mit 25 Textabbildungen)

(Fortsetzung und Schluß)

III. Anwendung der elementaren Theorie auf die Lichtbeugung an Ultraschallwellen in Festkörpern

In Flüssigkeiten ist eine Polarisation des gebeugten Lichtes nicht in Betracht zu ziehen aus zwei Gründen. Erstens hat, wie BRILLOUIN[2]) gezeigt hat, die Polarisation des Lichtes keinen Einfluß, wenn $\lambda \ll \lambda^*$; zweitens ist die Polarisation des gebeugten Lichtes dieselbe wie die des einfallenden Lichtes, weil die Brechungsindexänderungen in Flüssigkeiten isotrop verlaufen. Auch experimentell ist ein Einfluß auf die Polarisation nicht festgestellt worden. Bei Festkörpern liegen, wie z. B. auch MUELLER[16]) gezeigt hat, die Dinge grundsätzlich anders. Er wies darauf hin, daß man bei der Lichtbeugung im Falle von Festkörpern berücksichtigen müsse, daß Schallwellen in Festkörpern anisotrope Indexschwankungen erzeugen. Diese wichtige Erkenntnis führt auf den Zusammenhang der photo-elastischen Konstanten eines Festkörpers, da die anisotropen Indexschwankungen unmittelbar von den elastischen Beanspruchungen durch die Schallwelle abhängen.

MUELLER konnte so eine Deutung für die Beugungsbilder geben, welche SCHAEFER und BERGMANN an Schallwellen gewannen, die sich nach allen möglichen Richtungen im Festkörper fortpflanzten. Indessen bedurfte seine Methode noch einer Verfeinerung insofern, als die Phasenbeziehungen zwischen den verschiedenen polarisierten Komponenten der Beugungsordnungen nicht in Rechnung gestellt waren. Diese Verfeinerung haben MUELLER und ich[17]) inzwischen vorgenommen.

Vor der Darstellung der Theorie will ich jedoch auf die Versuche von HIEDEMANN und HOESCH[18]) mit Gläsern näher eingehen. Ihre experimentelle Anordnung war die für Beugungsuntersuchungen übliche; jedoch verwendeten sie einen Nikol zur Polarisation des einfallenden Lichtes und einen zweiten zur Analyse des austretenden Lichtes. Mit gekreuzten Nikols war folgende interessante Erscheinung zu beobachten. War das einfallende Licht parallel oder senkrecht zur Schallrichtung polarisiert, so wurde (Abb. 17) lediglich das Beugungsbild mit weitem Streifenabstand beobachtet; die nullte oder sonstige gerade Ordnungen traten nicht auf. War das einfallende Licht unter $\pm \pi/4$ zur Schallrichtung polarisiert, so wurde ein normales Beugungsbild mit kleineren Streifenabständen beobachtet, nor-

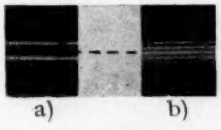


Abb. 17. Beugung a) an longitudinalen und b) an transversalen elastischen Wellen in Glas (nach HIEDEMANN und HOESCH)

[16]) H. MUELLER, Phys. Rev. 52 (1937), S. 223.

[17]) N. S. NAGENDRA NATH und H. MUELLER, Nature, Lond. 141 (1938), S. 37.

[18]) E. HIEDEMANN und K. H. HOESCH, Naturwiss. 24 (1936), S. 60.

mal in dem Sinne, als es dem Beugungsbild gleicht, das man im Fall von Flüssigkeiten erhält. Daß es jedoch mit gekreuzten Nikols erhalten wird, ist charakteristisch für Festkörper, da in Flüssigkeiten die Beugungsbilder bei gekreuzten Nikols verschwinden.

SCHAEFER und BERGMANN[19]) haben zuerst gezeigt, daß Beugungsbilder mit zwei verschiedenen Abständen der Ordnungen auch ohne Nikols erhalten werden können, und führten dies auf die gleichzeitige Anwesenheit longitudinaler und transversaler Wellen zurück, welche gleiche Frequenz, aber verschiedene Wellenlänge besitzen. Das Problem besteht also darin, die Fortpflanzung des Lichtes in einem Medium zu untersuchen, in welchem beide Wellenarten auftreten. SCHAEFER, BERGMANN und GOEHLICH[20]) haben eine physikalische Deutung des Vorganges gegeben und die Ergebnisse von HIEDEMANN und HOESCH sowie ihre eigenen Versuche qualitativ erklären können. Obwohl ihre Darstellungsweise recht anschaulich ist, sei darauf der Kürze zuliebe nicht näher eingegangen.

Wir erhalten einen Einblick in die zu erwartenden theoretischen Resultate, wenn wir zunächst die Beugung an jeder der beiden Typen elastischer Wellen gesondert betrachten. Jede der beiden Wellentypen verursacht im Medium anisotrope Schwankungen des Brechungsindex; die Hauptachsen der Indexellipsoide ändern in Schallrichtung ihre Länge periodisch mit der Schallwellenlänge. Wir betrachten für unsere Zwecke lediglich solche Schallwellen, welche senkrecht zur Lichtrichtung verlaufen und für welche zwei Hauptachsen des Indexellipsoides in der Schwingungsebene des einfallenden Lichtes liegen. In der Folge ist unter einer Indexellipse ein ebener Schnitt verstanden, welcher senkrecht zur Lichtrichtung durch das Indexellipsoid gelegt ist. Die beiden Achsen der Indexellipse haben an jedem Punkt des Schallfeldes konstante Richtung, ihre Länge aber variiert in Schallrichtung periodisch mit der Schallwellenlänge. In Abb. 18 verläuft die Lichtrichtung senkrecht zur Zeichenebene, die zugleich Schwingungsebene des Lichtes ist. Es sind die Indexellipsen für verschiedene Pha-

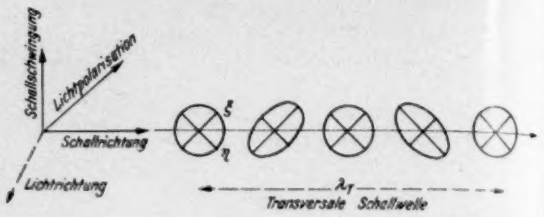


Abb. 18. Brechungsindex längs einer transversalen elastischen Welle

senpunkte entlang einer transversalen Schallwelle dargestellt. Die Hauptachsen sind unter $\pm \pi/4$ zur Schallrichtung geneigt; ihre Längenänderungen sind dem Betrage nach gleich, haben aber verschiedenes Vorzeichen. Die Scherung in einer bestimmten Richtung entspricht nämlich zwei elastischen Deformationen unter $\pi/4$ zur Scherungsrichtung, welche gleiche Größe, aber verschiedenes Vorzeichen haben. Ist also die Indexfunktion für die ξ-Achse dargestellt durch $\mu \sin \frac{2\pi x}{\lambda_T}$, so lautet sie für die η-Achse entsprechend: $-\mu \sin \frac{2\pi x}{\lambda_T}$.

Demnach weisen alle Beugungsordnungen für Licht, das unter $\pm \pi/4$ zur Schallrichtung polarisiert ist, keine Polarisationsänderungen auf, denn Licht, welches parallel zu einer der Hauptachsen schwingt, passiert das Schallfeld unbeeinflußt von der anderen Achse.

Das einfallende Licht sei nun unter einem Winkel α zur Schallrichtung polarisiert. Es kann dann in zwei Komponenten parallel zu den ξ- und η-Achsen mit den Amplituden $\cos(-\alpha + \pi/4)$ und $\sin(-\alpha + \pi/4)$ zerlegt werden. Die beiden Komponenten passieren das Schallfeld unabhängig voneinander; in der Austrittsebene finden wir also eine Kombination zweier Lichtwellen mit gekreuzten Polarisationsrichtungen vor. Die ξ-Komponente der n-ten Beugungsordnung besitzt die Amplitude $\cos(-\alpha + \pi/4) \cdot I_n(2\pi\mu L/\lambda_T)$; die Amplitude der η-Komponente hat den Wert $\sin(-\alpha + \pi/4) \cdot I_n(-2\pi\mu L/\lambda_T)$. Die Licht-

[19]) C. SCHAEFER und L. BERGMANN, Naturwiss. 22 (1934), S. 685 sowie S.-B. preuß. Akad. Wiss. 14 (1935).

[20]) C. SCHAEFER, L. BERGMANN und G. GOEHLICH, Glastechn. Ber. 15 (1937), S. 447.

komponente parallel zur Schallrichtung, d. h. die x-Komponente hat dann die Größe:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\,[\cos(\alpha-\pi/4) + (-1)^{n+1}\sin(\alpha-\pi/4)]\,I_n(v); \tag{23}$$

die zur Schallrichtung senkrechte Komponente hat die Amplitude:

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\,[\cos(\alpha-\pi/4) + (-1)^{n}\sin(\alpha-\pi/4)]\,I_n(v). \tag{24}$$

Dabei ist $v = 2\pi\mu L/\lambda_T$; bei der Ableitung von (23) und (24) ist zu beachten, daß

$$I_n(v) = (-1)^n I_n(-v).$$

Die resultierende n-te Ordnung hat die Amplitude $I_n(v)$; ihre Polarisationsrichtung bildet mit der ξ-Achse einen Winkel θ_n, der gegeben ist durch:

$$-(-1)^{n+1}\,\mathrm{arctg}\,\mathrm{tg}\,(\alpha-\pi/4) \quad \text{oder} \quad (-1)^n(\alpha-\pi/4).$$

Alle geraden Ordnungen sind daher ebenso polarisiert wie das einfallende Licht, ungerade Ordnungen dagegen unter einem Winkel von $\pi/2-2\alpha$ zur ursprünglichen Polarisationsrichtung. Ist $\alpha=0$, d. h., ist das einfallende Licht parallel zur Schallrichtung polarisiert, so sind alle geraden Ordnungen in Schallrichtung, alle ungeraden senkrecht dazu polarisiert. Auch für $\alpha=\pi/2$ sind die Polarisationsrichtungen der geraden und der ungeraden Ordnungen senkrecht zu einander. Für $\alpha=0$ oder $=\pi/2$ müssen also bei gekreuzten Nikols alle geraden Beugungsordnungen einschließlich der nullten verschwinden. Dieses Resultat entspricht der Beobachtung von HIEDEMANN und HOESCH; sie erhielten lediglich die ersten Ordnungen ohne die nullte. Höhere ungerade Ordnungen wurden nicht erhalten, weil die Indexschwankungen auch für kräftige Schubwellen sehr klein sind. SCHAEFER, BERGMANN und GOEHLICH[20]) zeigten, daß die ungeraden Ordnungen verschwinden, wenn beide Nikols parallel zur Schallrichtung stehen. Auch diese Beobachtung stimmt mit der Forderung der Theorie überein.

Wir wollen nur die Lichtbeugung an einer longitudinalen Welle im Glasblock betrachten. Abb. 19 entspricht in ihrer Anlage der Abb. 18; hier fallen aber Schallschwingungs- und Schallfortpflanzungsrichtung zusammen und die Hauptachsen der Indexellipse sind parallel und

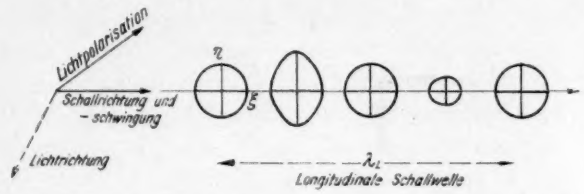


Abb. 19. Brechungsindexverteilung längs einer longitudinalen Welle

senkrecht zur Schallrichtung. Das einfallende Licht sei unter einem Winkel α zur Schallrichtung polarisiert; die Indexfunktionen für die ξ- und η-Achsen seien gegeben durch:

$$\mu_1 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_L}\right) \text{ und } \mu_2 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_L}\right).$$

Die parallel zur Schallrichtung polarisierte Komponente der n-ten Beugungsordnung hat dann die Amplitude $\cos\alpha\, I_n(v_1)$; $(v_1 = 2\pi\mu_1 L/\lambda_L)$; die senkrecht dazu polarisierte Komponente hat die Größe $\sin\alpha\, I_n(v_2)$; $(v_2 = 2\pi\mu_2 L/\lambda_L)$. Für $\alpha=0$ oder $\pi/2$ sind natürlich sämtliche resultierenden Beugungsordnungen ebenso polarisiert wie das einfallende Licht. Im allgemeinen Fall gilt: Die n-te Beugungsordnung hat die Intensität:

$$\cos^2\alpha\, I_n^2(v_1) + \sin^2\alpha\, I_n^2(v_2); \tag{25}$$

sie ist unter einem Winkel zur Schwingungsrichtung des Primärlichtes polarisiert, welcher gegeben ist durch:

$$\chi_n = \mathrm{arctg}\left\{\mathrm{tg}\,\alpha\,\frac{I_n(v_2)}{I_n(v_1)}\right\} - \alpha\,. \tag{26}$$

Für $\alpha=\pi/4$ erhält man also:

$$\chi_n = \mathrm{arctg}\left\{\frac{I_n(v_2)}{I_n(v_1)}\right\} - \pi/4\,. \tag{27}$$

MUELLER[21]) hat die allgemeine Form von (26) für Kristalle abgeleitet und berechnete für χ_n die Abhängigkeit von der Ultraschallintensität. Es sei bemerkt, daß $v_1 = 2\pi\mu_1 L/\lambda_L$ und $v_2 = 2\pi\mu_2 L/\lambda_L$ mit wachsender Schallintensität zwar zunehmen, daß ihr Verhältnis aber

[21]) H. MUELLER, Z. Kristallogr. 99 (1938), S. 122.

konstant bleibt, da μ_1 und μ_2, die Amplituden der Indexschwankungen in den Hauptachsen verhältnisgleich anwachsen. Der Quotient $\frac{\mu_2}{\mu_1}$

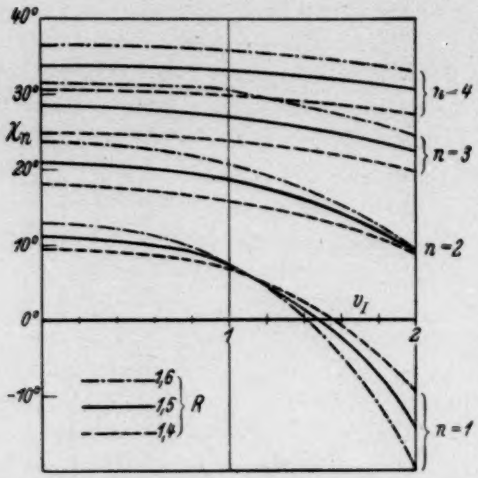


Abb. 20. Drehung χ_n der Polarisation der Beugungsordnungen n in Abhängigkeit von v_I ist proportional für fortschreitende elastische Wellen; v_I ist proportional zur Schallamplitude (nach MUELLER)

ist gleich dem Verhältnis der spannungsoptischen Konstanten p/q in der Bezeichnungsweise von NEUMANN. Wenn wir setzen: $p/q = R$, so läßt sich (27) auf die Form von MUELLER bringen:

$$\chi_n = \operatorname{arctg}\left\{\frac{I_n(R\,v_1)}{I_n(v_1)}\right\} - \pi/4. \tag{28}$$

In Abb. 20 ist χ_n als Funktion von v für verschiedene Werte von R aufgetragen, nämlich für $R = 1{,}4$, 1,5 und 1,6.

An dieser Stelle sei bemerkt, daß sämtliche Beugungsordnungen linear, wenn auch nicht alle in derselben Richtung polarisiert sind, eine Tatsache, auf die wir noch zu sprechen kommen. Im Falle einer stehenden Schallwelle können wir dieses Resultat jedoch nicht erwarten. Weil jede Beugungsordnung aus einer Summe ebener Lichtwellen zusammengesetzt ist, welche verschiedene Frequenz und verschiedene Polarisationsrichtungen besitzen, hat es keinen Sinn, ihr eine bestimmte Polarisation zuzuschreiben. Es ist aber möglich, diejenigen Komponenten dieser Wellenserie zu bestimmen, die in eine bestimmte Polarisationsrichtung fallen und für diese Polarisationsrichtung die mittlere Lichtintensität als Summe aller Komponenten zu berechnen. Drehen wir den Analysatornikol in die verlangte Richtung, so entspricht die beobachtete Lichtintensität dieser Komponentensumme. Man kann also nicht erwarten, daß die resultierende Intensität für eine bestimmte Stellung des Analysatornikols verschwindet, sondern nur, daß sie ein Minimum besitzt. MUELLER[21]) hat die Minimumlagen der verschiedenen Beugungsordnungen in Abhängigkeit von v bestimmt. In Abb. 21 sind die berechneten Minimumlagen in der ausgezogenen Kurve dargestellt. Die gestrichelte Kurve bringt zum Vergleich die Minimumlagen bei fortschreitenden Wellen, die wegen der linearen Polarisation der Beugungsordnungen natürlich völliger Auslöschung entsprechen. Die von HIEDEMANN experimentell erhaltenen Minimumlagen sind durch kurze vertikale Striche dargestellt, deren Längen die Fehlergrenzen andeuten. Theoretische und experimentelle Werte zeigen die beste Übereinstimmung, wenn

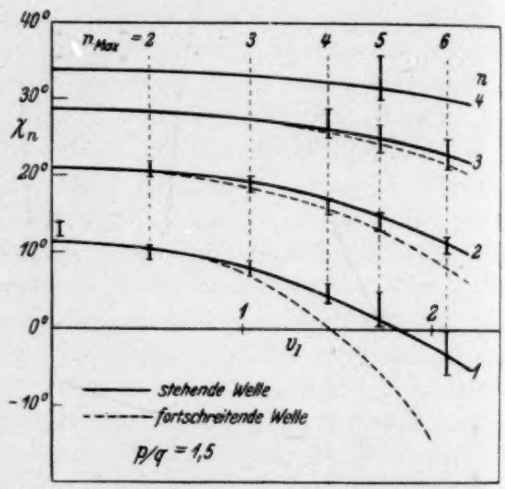


Abb. 21. Mittlere resultierende Drehung χ_n der Polarisation für die Beugungsordnungen n in Abhängigkeit von v_I für eine stehende Schallwelle. Die kurzen vertikalen Striche repräsentieren die Messungen von HIEDEMANN mit den Fehlergrenzen. n_{max} bedeutet die Maximalzahl der beim Versuch beobachteten Beugungsordnungen (nach MUELLER)

man $p/q = 1{,}5$ wählt. Dies Verhältnis der spannungsoptischen Konstanten wies auch die von HIEDEMANN verwendete Glassorte auf.

Bevor wir diesen Abschnitt beschließen, sei noch darauf hingewiesen, daß die Forderung einer linearen Polarisation der Beugungsordnungen lediglich eine Folge unserer vereinfachten Betrachtungsweise ist und in einer strengen Theorie nicht erhalten wird. Betrachten wir z. B. eine Longitudinalwelle, so sind für die Polarisationskomponenten einer Beugungsordnung verschiedene Werte des Brechungsindex wirksam; sie erhalten daher Phasenverschiebungen gegeneinander und müssen sich zu elliptischem Licht vereinigen. Der Grund, weshalb diese elliptische Polarisation in der elementaren Theorie nicht erhalten wird, ist folgender. Aus den Betrachtungen des Abschnittes 2 geht hervor, daß die Phase der n-ten Ordnung unabhängig von der Indexschwankung ist und daß die Indexschwankung lediglich die Amplituden der Beugungsordnungen beeinflußt. Man muß also erwarten, daß die Ordnungen linear polarisiert sind. Zum Verständnis möge man sich vergegenwärtigen, daß zwischen einem doppelbrechenden Kristall und dem Schallfeld ein Unterschied der Wirkung besteht. Die zwei Polarisationskomponenten des einfallenden Lichtes erfahren zwar in beiden Fällen Phasenverschiebungen gegeneinander, doch ist die Phasendifferenz im letzteren Fall eine periodische Funktion der Schallwellenlänge. Die zwei, für die beiden Polarisationsrichtungen verschiedenen Phasenfronten erzeugen das Beugungsbild, wobei im allgemeinen nicht nur die Amplitude, sondern auch die Phase einer Beugungsordnung von der Brechungsindexschwankung abhängt. Es kann aber Fälle geben, wo die Phase der Beugungsordnung praktisch unabhängig von der Indexschwankung ist. Wie man leicht nachweisen kann, trifft dies für den Spezialfall eines reinen Phasengitters zu.

Die strenge Theorie ergibt ganz allgemein für die Phase einer Beugungsordnung Abhängigkeit von der Indexschwankung. Für eine Schallwelle im Festkörper fordert sie also eine elliptische Polarisation der resultierenden Beugungsordnungen, weil die beiden Polarisationskomponenten von verschiedenen Indexverteilungen herrühren und daher Phasenunterschiede aufweisen. Lineare Polarisation der Beugungsordnungen kann nur erwartet werden, wenn die elementare Theorie Gültigkeit besitzt, die entwickelt ist für den Spezialfall eines reinen Phasengitters.

Noch ein zweiter Punkt muß bei der Anwendung der elementaren Theorie auf Festkörper besprochen werden. Gewöhnlich treten nämlich Longitudinal- und Transversalwellen zugleich auf, und eine korrekte Behandlung des Beugungsproblems verlangt die gleichzeitige Berücksichtigung beider Wellenarten. Die Hauptschwierigkeit liegt darin, daß wir die auftretenden Polarisationen nicht nach zwei festen Einheitsachsen zerlegen können. Beim gleichzeitigen Auftreten beider Wellentypen besitzen die Hauptachsen der Indexellipse keine feste Orientierung mehr, weil die beiden Wellen nicht nur verschiedenen photoelastischen Charakter, sondern auch verschiedene Wellenlänge haben. Es wurde eine Methode gefunden[22]) um diese Schwierigkeit zu überwinden; allerdings ist die Berechtigung ihrer Anwendung nicht exakt bewiesen. Dieselbe Methode ist für die Lichtbeugung an zwei Schallwellen verschiedener Frequenz in Flüssigkeiten angewendet worden, und besitzt dort offensichtlich Gültigkeit. Nehmen wir Gültigkeit auch für den oben genannten Fall in Festkörpern an, so kann das Problem der Simultanbeugung an longitudinalen und transversalen Wellen im Anwendungsbereich der elementaren Theorie als gelöst gelten.

Treten in einer Flüssigkeit zwei Schallwellen auf mit den Wellenlängen λ_1^* und λ_2^*, und erzeugen sie Indexschwankungen mit den Amplituden μ_1 und μ_2, so läßt sich leicht ableiten, daß die Winkel, unter denen Beugungsmaxima auftreten, gegeben sind durch:

$$(29) \qquad \sin\theta_{r,s} = \frac{r\lambda}{\lambda_1^*} + \frac{s\lambda}{\lambda_2^*} \qquad (r, s = -\infty \text{ bis } +\infty).$$

Die Intensität der Ordnung (r, s) ist gegeben durch

$$(30) \qquad I_r^2(v_1) \cdot I_s^2(v_2), \text{ wobei } v_i = \frac{2\pi\mu_i L}{\lambda}.$$

Die Berechnung kann ohne weiteres auf mehr als zwei zugleich auftretende Schallwellen aus-

[22]) N. S. Nagendra Nath, Proc. Cambridge philos. Soc. **34** (1938), S. 213.

gedehnt werden; dies geschah z. B. durch FUES[23]) und RAO[24]). Abb. 22 zeigt ein Beispiel einer Simultanbeugung an zwei Schallwellen; derartige Beugungsbilder sind z. B von BERGMANN[25]) und RAU[26]) beobachtet worden.

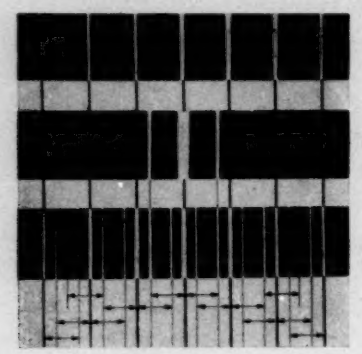


Abb. 22. Simultanbeugung des Lichtes an zwei Schallwellen in Xylol

a) Beugungserscheinung an der Schallwelle mit der Frequenz $\nu_1^* = 9760$ kHz

b) Beugungserscheinung an der Schallwelle mit der Frequenz $\nu_2^* = 7210$ kHz

c) Beugungserscheinung bei gleichzeitigem Vorhandensein beider Schallwellen

(nach BERGMANN und FUES)

Treten in einem Festkörper eine longitudinale und eine transversale Welle gleichzeitig auf, so sind die Beugungswinkel gegeben durch:

$$\sin\theta_{r,s} = \frac{r\lambda}{\lambda_L} + \frac{s\lambda}{\lambda_T} \quad (r, s = -\infty \text{ bis } +\infty). \tag{31}$$

Wenn das einfallende Licht parallel zur Schallrichtung polarisiert ist und ein Analysatornikol benutzt wird, so beobachtet man bei Parallelstellung des Analysators Beugungsordnungen lediglich unter Winkeln $\frac{r\lambda}{\lambda_L} + \frac{2s\lambda}{\lambda_T}$; für gekreuzte Analysatorvorstellung erhält man Beugungsordnungen nur unter den Winkeln: $\frac{r\lambda}{\lambda_L} + \frac{(2s+1)\lambda}{\lambda_T}$. Dasselbe Resultat wird erhalten, wenn das einfallende Licht senkrecht zur Schallrichtung polarisiert ist. Ist schließlich das einfallende Licht unter $\pm\pi/4$ zur Schallrichtung polarisiert, so werden im allgemeinen bei jeder Analysatorvorstellung die Winkel $\frac{r\lambda}{\lambda_L} + \frac{s\lambda}{\lambda_T}$ beobachtet. Abb. 23 bringt eine Simultanbeugung an den beiden Wellenarten.

Gewöhnlich ist die Intensität der Transversalwellen sehr gering gegenüber der Intensität der Longitudinalwellen. Deshalb ist unsere anfänglich verwendete Methode, die Schallwellen zu trennen und ihre Wirkungen gesondert zu betrachten, wohl gerechtfertigt.

IV. Die Gültigkeitsgrenzen der elementaren Theorie bei senkrechter Lichtinzidenz

Es ist im zweiten Abschnitt vielleicht nicht genügend deutlich geworden, unter welchen Bedingungen die Theorie quantitative Gültigkeit besitzt. Wie schon erwähnt, lehrt ein Blick auf die Abb. 9 nach LUCAS und BIQUARD (L. u. B.), daß die Orthogonaltrajektorien der

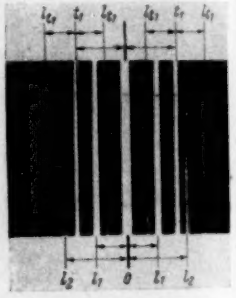


Abb. 23. Simultanbeugung des Lichtes an einer longitudinalen und einer transversalen Schallwelle in Glas (nach BERGMANN und FUES)

Wellenfronten praktisch geradlinig und parallel zur Einfallsrichtung verlaufen, solange

$$K \leq 1. \tag{32}$$

Es ist:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda^*} L \sqrt{\frac{\mu}{\mu_0}}, \tag{33}$$

worin λ^* = Schallwellenlänge, L = Schallfeldtiefe, μ_0 = Mittelwert und μ = Schwankung des Brechungsindexes im Medium. Setzen wir

$$v = 2\pi\mu L/\lambda; \quad \varrho = \frac{\lambda^2}{\mu_0 \mu \lambda^{*2}}, \tag{34}$$

so läßt sich die Ungleichung (32) schreiben als:

$$\sqrt{\varrho} \cdot v \leq 1 \text{ oder } \varrho v^2 \leq 1; \tag{35}$$

[23]) E. FUES, Z. Physik 109 (1938), S. 1.

[24]) K. N. RAO, Proc. Ind. Acad. Sci. 8 (1938), S. 124.

[25]) L. BERGMANN, Z. Physik 109 (1938), S. 1.

[26]) M. A. G. RAU, Proc. Ind. Acad. Sci. 8 (1938), S. 6.

wir wollen sie die LUCAS-BIQUARDsche Ungleichung nennen. Die Form (35) ist brauchbarer, da in der elementaren Theorie die Intensitätsverteilung über die Beugungsordnungen von v abhängt und λ^* nur in ϱ und nicht in v eingeht. Wollen wir also das theoretische Beugungsbild für einige Werte von v experimentell reproduzieren, so müssen wir zunächst eine untere Grenze für die Schallwellenlänge festsetzen, derart, daß (35) gilt.

Die Ungleichung (35) kann auch abgeleitet werden, wie z. B. EXTERMANN und WANNIER (E. und W.) gezeigt haben[5]). Die Wellengleichung für die Fortpflanzung des Lichtes lautet:

$$(36)\quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}=-u^2\{\mu_0+\mu \sin b\, x\}^2 \Phi;$$

die x-Achse ist dabei parallel zur Schallrichtung, die z-Achse parallel zur Einfallsrichtung des Lichtes angenommen. Es ist $u=2\pi/\lambda$, $b=2\pi/\lambda^*$; die Änderungen nach der Zeit sind als unerheblich vernachlässigt. Setzen wir wie in der elementaren Theorie an:

$$(37)\quad \Phi=\exp\{i\, u\, (\mu_0+\mu \sin b\, x)\},$$

so ist (37) eine Lösung von (36) nur dann, wenn in (36) $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}$ neben $-2\, u^2 \mu_0 \mu \sin b\, x$ vernachlässigt werden kann. Vernachlässigen wir ferner in (36) das Glied mit μ^2 (es ist ja $\mu \ll \mu_0$), so erhalten wir bei $z=L$:

$$(38)\quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}=-[u^2 L^2 \mu^2 b^2 \cos^2 b\, x + i\, u\, L\, \mu\, b^2 \sin b\, x]\, \Phi.$$

Voraussetzung für die Gültigkeit der elementaren Theorie ist dann:

$$(39)\quad u\, L\, \mu\, b^2 < 2\, \mu\, \mu_0\, u^2 \text{ bzw. } \frac{1}{2} v\, \varrho < 1$$

und

$$(40)\quad u^2 L^2 \mu^2 b^2 < 2\, \mu\, u_0\, u^2 \text{ bzw. } \frac{1}{2} v^2 \varrho < 1.$$

Treten mehrere Beugungsordnungen auf ($v>1$), so brauchen wir lediglich die zweite Bedingung $\frac{1}{2} v^2 \varrho < 1$ bzw. $\sqrt{\varrho}\, v < 1{,}41$ (41) in Betracht zu ziehen (wir wollen sie die EXTERMANN-WANNIERsche Ungleichung nennen); in ihr ist die erste Bedingung enthalten. Ist $v<1$, so tritt die erste Bedingung in Kraft, $\frac{1}{2} v\, \varrho < 1$, und die zweite ist in ihr enthalten. Es ist bemerkenswert, daß die aus der Wellengleichung abgeleitete Bedingung (41) ebenso gebaut und praktisch von derselben Wirksamkeit ist wie die aus der geometrischen Betrachtungsweise von L. u. B. stammende Ungleichung (35), die allerdings etwas einschneidender ist. In diesem Zusammenhang wollen wir die Beziehung zwischen der Bezeichnungsweise von E. u. W. und unserer eigenen festlegen. Es ist jeweils:

$$(42)\quad \begin{array}{ll} \sqrt{\varepsilon_0}=\mu_0 & d=L \\ \varepsilon_1=\mu_0\mu & \theta=1/\varrho \\ k=u & D=\frac{1}{2}\varrho\, v. \end{array}$$

Den Ungleichungen (39) u. (40) entsprechen also $D<1$ und $2\, D^2\, \theta<1$ in der Formulierung von E. u. W.

Wir wollen nun die Ungleichung $\varrho\, v^2<2$ betrachten, wobei wir uns erinnern, daß

$$(43)\quad \varrho=\frac{\lambda^2}{\mu_0 \mu \lambda^{*2}} \text{ und } v=\frac{2\pi \mu L}{\lambda}.$$

Setzen wir $\mu_0=\pi/2$, so nimmt (41) die Form an:

$$(44)\quad \lambda^{*2} > 2\, \lambda\, v\, L.$$

In der folgenden Tabelle sind die auf Grund der Ungleichungen gewonnenen Grenzwerte der Schallwellenlänge bzw. -frequenz zusammengestellt, bis zu denen die elementare Theorie Gültigkeit besitzt und zwar für drei bestimmte Werte der Variabeln v. Die Tabelle ist aufgestellt für Flüssigkeiten und Festkörper, für die jeweils eine mittlere Schallgeschwindigkeit angenommen ist (10^5 cm/sec und $5 \cdot 10^5$ cm/sec). Die Schallfeldtiefe ist zu 1 cm angenommen, der mittlere Brechungsindex zu $\pi/2$. Es sind die Ungleichungen sowohl von E. u. W. sowie von L. u. B. zugrunde gelegt.

Aus der Tabelle auf S. 296 geht hervor, daß die elementare Theorie im Falle eines Festkörpers einen sehr weiten Gültigkeitsbereich hat. HIEDEMANN beobachtete bei Longitudinalwellen in Gläsern bis zu 5 Beugungsordnungen; dem entspricht ein Wert von $v \approx 4$. Für diesen Fall gilt nach der Tabelle die Theorie noch bis 18 MHz, während diese Untersuchungen durchweg bei viel kleineren Frequenzen ausgeführt wurden. Es ist daher verständlich, wenn die von HIEDEMANN bei Gläsern gemessenen Winkelstellungen des Analysators, für welche die

Tabelle

$v = 2\pi\mu L/\lambda$			$v_{max} = 8$ ± 11 Beugungsordnungen		$v_{max} = 4$ ± 5 Beugungsordnungen		$v_{max} = 2$ ± 3 Beugungsordnungen	
Lichtwellenlänge $\lambda =$			$5 \cdot 10^{-5}$ cm	$3{,}33 \cdot 10^{-5}$ cm	$5{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm	$3{,}33 \cdot 10^{-5}$ cm	$5 \cdot 10^{-5}$ cm	$3{,}33 \cdot 10^{-5}$ cm
Flüssigkeiten $c^* \approx 10^5$ cm/sec	Nach	$\lambda^* >$	$2{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}9 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$ cm	$9 \cdot 10^{-3}$ cm	$7 \cdot 10^{-3}$ cm	$4{,}6 \cdot 10^{-3}$ cm
	E. u. W.	$\nu^* <$	3,6 MHz	5,4 MHz	7,2 MHz	10,8 MHz	14,4 MHz	21,6 MHz
	Nach	$\lambda^* >$	$5{,}6 \cdot 10^{-2}$ cm	$3{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$2{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$ cm	$9{,}2 \cdot 10^{-3}$ cm
	L. u. B.	$\nu^* <$	1,8 MHz	2,7 MHz	3,6 MHz	5,4 MHz	7,2 MHz	10,8 MHz
Festkörper $c^* \approx 5 \cdot 10^5$ cm/sec	Nach	$\lambda^* >$	$2{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}9 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$ cm	$9 \cdot 10^{-3}$ cm	$7 \cdot 10^{-3}$ cm	$4{,}6 \cdot 10^{-3}$ cm
	E. u. W.	$\nu^* <$	18 MHz	27 MHz	36 MHz	54 MHz	72 MHz	108 MHz
	Nach	$\lambda^* >$	$5{,}6 \cdot 10^{-2}$ cm	$3{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$2{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$ cm	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$ cm	$9{,}2 \cdot 10^{-3}$ cm
	L. u. B.	$\nu^* <$	9 MHz	13,5 MHz	18 MHz	27 MHz	36 MHz	54 MHz

Intensität einzelner Beugungsordnungen minimal wird, ausgezeichnet mit der Berechnung von H. MUELLER übereinstimmen. Bei den Untersuchungen von SANDERS war die höchste beobachtete Beugungsordnung die fünfte; die Beugung wurde untersucht zwischen 4 und 7 MHz. Die Ungleichung von L. u. B. beschränkt die Gültigkeit der Theorie auf Werte von $\nu^* < 3{,}6$ MHz, diejenige von E. u. W. auf Werte von $\nu^* < 7{,}5$ MHz; daher ist die beobachtete gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment nicht weiter überraschend.

Aus all dem geht wohl klar hervor, daß die elementare Theorie trotz ihrer Einfachheit den experimentellen Gegebenheiten durchaus Rechnung trägt und insbesondere für Festkörper sehr befriedigende Genauigkeit gewährleistet.

V. Strenge Theorie des Beugungsvorganges für Flüssigkeiten

Nach der Entwicklung der in II. dargestellten elementaren Theorie bauten Prof. RAMAN und ich selbst eine allgemeinere Theorie der Beugungserscheinungen auf, ohne die oben erwähnten Einschränkungen[27]). Leitgedanke dabei war, eine Deutung für die Asymmetrie des Beugungsbildes zu geben, welche man bei schiefer Inzidenz des Lichtes beobachtet. Es sei daran erinnert, daß der in IV. gekennzeichnete Gültigkeitsbereich der elementaren Theorie ausdrücklich der senkrechten Inzidenz vorbehalten ist und bei schiefer Inzidenz gewiß erheblich eingeschränkt werden muß.

Bei der Entwicklung der allgemeinen Theorie beabsichtigten wir nicht, geschlossene Intensitätsformeln anzugeben, sondern bestimmte auffällige Beugungserscheinungen ohne allzu verwickelte Rechnung zu erklären. Intensitätsformeln in geschlossener Form anzugeben ist wahrscheinlich praktisch unmöglich und der Wert der elementaren Theorie besteht wohl gerade darin, daß sie zwar unter einschränkenden Voraussetzungen gewonnen wurde, jedoch Formeln zu liefern vermag, die handlich sind und geeignet die experimentellen Ergebnisse zu deuten, wie von BÄR, SANDERS und MUELLER gezeigt wurde.

Zwar haben E. u. W. strenge Lösungen für drei Werte des im letzten Abschnitt eingeführten Parameters ϱ ($\varrho = 1,\ 1/3,\ 1/10$) geben können. Da aber ϱ im Experiment eine kontinuierlich veränderliche Größe ist, hält es schwer, die theoretischen Vorhersagen experimentell zu bestätigen. Allerdings darf man darum den Wert ihrer Arbeit nicht unterschätzen, die mathematisch wie physikalisch gesehen ausgezeichnet erscheint. Weiter unten werden ihre Resultate in einem Diagramm gegeben werden, welches einige bemerkenswerte Punkte aufweist, welche in der elementaren Theorie nicht zum Ausdruck kommen.

[27]) C. V. RAMAN und N. S. NAGENDRA NATH, Proc. Ind. Acad. Sci. 3 (1936), S. 119 und 459.

Es soll nun ein kurzer Abriß der allgemeinen Theorie gegeben werden. Zugrunde liege eine Schallwelle allgemeiner Art, über deren Form mit anderen Worten nichts vorausgesetzt ist, als daß sie mit λ^* und ν^* in Raum und Zeit periodisch verlaufe.

Wählen wir die Bezugsachsen so, daß die x-Achse in Schall-, die z-Achse in Lichtrichtung weist, so braucht offenbar eine Abhängigkeit von der y-Achse nicht berücksichtigt zu werden und die Differentialgleichung der Lichtfortpflanzung kann dargestellt werden durch:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \left\{\frac{\mu(x,t)}{c}\right\}^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \tag{45}$$

wenn wir uns vergegenwärtigen, daß die Frequenz der Brechungsindexänderung neben der Frequenz des Lichtes zu vernachlässigen ist. Ziehen wir die zeitliche Änderung von $\mu(x, t)$ in Betracht, so können wir ψ ansetzen durch:

$$\psi = \exp(2\pi i \nu t)\, \Phi(x, z, t). \tag{46}$$

Hierin ist ν die Frequenz des Lichtes; die zeitliche Änderung von $\Phi(x, z, t)$ ist langsam gegenüber derjenigen von $\exp(2\pi i \nu t)$. Wegen $\nu^* \ll \nu$ ist:

$$\left|4\pi\nu \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right| \ll \left|4\pi^2 \nu^2 \Phi\right| \quad \text{und} \quad \left|\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}\right| \ll \left|4\pi^2 \nu^2 \Phi\right|. \tag{47}$$

Mit diesen Voraussetzungen erhalten wir eine Differentialgleichung in Φ:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -u^2 \{\mu(x,t)\}^2 \Phi, \tag{48}$$

wobei $u = \frac{2\pi}{\lambda}$; ψ wird dann mit Hilfe von (46) erhalten. Da die Schallwelle entlang der x-Achse periodisch in Raum und Zeit verläuft, ist auch $\mu(x, t)$ mit λ^* und ν^* periodisch in Raum und Zeit. Es gilt daher:

$$\begin{aligned} \mu(x + p\lambda^*, t) &= \mu(x, t) \\ \mu(x, t + q/\nu^*) &= \mu(x, t), \end{aligned} \tag{49}$$

wobei p und q irgendwelche ganze Zahlen bedeuten. Da die Lichtwelle senkrecht in die Schallwelle eintritt, ist eine in Schallrichtung vorgenommene räumliche Verschiebung um $p\lambda^*$ oder eine zeitliche Verschiebung um q/ν^* (p und q ganze Zahlen) auf den Lichtverlauf ohne Einfluß. Es gilt daher auch:

$$\begin{aligned} \Phi(x + p\lambda^*, z, t) &= \Phi(x, z, t) \\ \Phi(x, z, t + q/\nu^*) &= \Phi(x, z, t). \end{aligned} \tag{50}$$

In Fourierdarstellung wird Φ durch eine Doppelsumme dargestellt:

$$\Phi = \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} f_{s,r}(z) \exp(2\pi i r x/\lambda^*) \exp(2\pi i s \nu^* t). \tag{51}$$

Es sei hier daran erinnert, daß wir bezüglich der Natur der Schallwelle — ob fortschreitend oder stehend — noch keine Bestimmung getroffen haben. Wir wollen für unsere Zwecke hier lediglich fortschreitende Schallwellen betrachten. Für diese ist es ein charakteristisches Merkmal, daß die Dichteverteilung in irgendeinem Punkt derjenigen entspricht, die vor einem Zeitintervall β/ν^* im Abstand $\beta\lambda^*$ vorlag. Mathematisch formuliert:

$$\mu(x + \beta\lambda^*, t) = \mu(x, t - \beta/\nu^*) \quad (\beta \text{ beliebig}). \tag{52}$$

Daher ist auch:

$$\Phi(x + \beta\lambda^*, z, t) = \Phi(x, z, t - \beta/\nu^*). \tag{53}$$

Wenden wir die Summendarstellung (51) auf (53) an, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} &\sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} f_{r,s}(z) \exp(2\pi i r x/\lambda^*) \exp(2\pi i s \nu^* t) \exp(2\pi i r \beta) \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} f_{r,s}(z) \exp(2\pi i r x/\lambda^*) \exp(2\pi i s \nu^* t) \exp(-2\pi i s \beta). \end{aligned} \tag{54}$$

Ein Vergleich der Fourierkoeffizienten auf beiden Seiten ergibt:

$$f_{r,s}(z) \exp(2\pi i r \beta) = f_{r,s}(z) \exp(-2\pi i s \beta), \tag{55}$$

gültig für jedes β. Die Bedingung, daß $f_{r,s}(z) = 0$, wenn $r \neq -s$, beschränkt die Zahl der Fourierglieder in (54), so daß wir erhalten:

$$\Phi = \sum_{-\infty}^{\infty} f_r(z) \exp(2\pi i r x/\lambda^*) \exp(-2\pi i r \nu^* t). \tag{56}$$

Die Betrachtung dieses Ausdruckes lehrt, daß die r-te Ordnung die Frequenzverschiebung $-r\nu^*$ aufweist. Eine ähnliche Ableitung läßt sich, wie hier nicht näher ausgeführt werden soll, auch für stehende Wellen geben.

Wir wollen nun annehmen, daß die Modulation des Brechungsindexes längs der x-Achse einfach harmonisch sei und sich darstellen lasse in der Form:

$$\mu(x, t) - \mu_0 = \mu \sin 2\pi(\nu^* t - x/\lambda^*). \tag{57}$$

Wir wollen dabei bedenken, daß $\mu \ll \mu_0$. Verwenden wir diese Modulationsform in (48) und vernachlässigen wir Glieder mit μ^2, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} &= -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \{\mu x, t\}^2 \Phi \\ &= [A + (B/2i)\{\exp(i\overline{bx - \varepsilon})\} \\ &\quad - \exp(-i\overline{bx - \varepsilon})], \end{aligned} \tag{58}$$

worin $b = 2\pi/\lambda^*$, $\varepsilon = 2\pi\nu^* t$, $A = -\frac{4\pi^2 \mu_0^2}{\lambda^2}$,

$$B = \frac{8\pi^2 \mu_0 \mu}{\lambda^2}.$$

Wir sahen in (56), daß Φ dargestellt werden kann in der Form:

$$\sum_{r=-\infty}^{\infty} f_r(z) \exp(i r b x) \exp(-i r \varepsilon). \tag{59}$$

Substituieren wir (59) in (58) und vergleichen die Fourierkoeffizienten, so erhalten wir:

$$\frac{d^2 f_n}{dz^2} - (A + b^2 n^2) f_n = -\frac{Bi}{2}(f_{n-1} - f_{n+1}). \tag{60}$$

Zur Lösung dieser Gleichung gibt es zwei Wege. Den einen haben E. und W. beschritten, indem sie ansetzten:

$$f_n(z) = \sum f_{n,r} \exp(i\,\sigma_r\, z). \tag{61}$$

Hierin sind die $f_{n,r}$ und die σ konstante Größen. Die charakteristischen Konstanten σ sind durch die Eliminierung der f in (60) bestimmbar, die $f_{n,r}$ können mit Hilfe der Randbedingungen erhalten werden. Verwenden wir den Ansatz (61) in (60), so erhalten wir:

$$-f_{n,r}\,\sigma_r^2 - (A + b^2 n^2) f_{n,r} = \frac{B}{2i}(f_{n-1,r} - f_{n+1,r}). \tag{62}$$

Da (62) nicht von r abhängt, lassen sich die linearen Gleichungen darstellen durch:

$$-E_n\,\sigma^2 - (A + b^2 n^2) E_n = \frac{B}{2i}(E_{n-1} - E_{n+1}). \tag{63}$$

Mit Rücksicht auf die in (58) gegebenen Beziehungen ist dies:

$$\left(-\sigma^2 + \frac{4\pi^2\mu_0^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2 n^2}{\lambda^{*2}}\right) E_n = -\frac{4\pi^2\mu_0\mu\, i}{\lambda^2}(E_{n-1} - E_{n+1}) \tag{64}$$

oder mit der Abkürzung $u = 2\pi/\lambda$:

$$\left\{\frac{u^2\mu_0^2 - \sigma^2}{b^2} - n^2\right\} E_n = \frac{\lambda^{*2}\mu_0\mu\, i}{\lambda^2}(E_{n-1} - E_{n+1}). \tag{65}$$

In der Bezeichnungsweise von E. und W. lautet diese Gleichung:

$$(a - n^2) E_n + \frac{\theta}{i}(E_{n-1} - E_{n+1}) = 0, \tag{66}$$

während sie in deren eigener Arbeit die Form hat:

$$(a - n^2) E_n + \theta (E_{n-1} + E_{n+1}) = 0. \tag{67}$$

Der Unterschied zwischen (66) und (67) ist belanglos und rührt einfach daher, daß E. und W. die Indexmodulation als Kosinusfunktion ansetzen anstatt der Sinusfunktion unserer Schreibweise. Die Transformation $E_n \to (i)^n E_n$ führt von der Form (66) auf (67); dies zeigt, daß $|E_n|$ in beiden Formen denselben Wert besitzt.

Stellen wir die Gleichungen (67) für alle n (von $-\infty$ bis $+\infty$) auf und eliminieren die E, so erhalten wir eine Determinante von unendlichem Grade in a:

$$\begin{vmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \theta & a-4 & \theta & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & \theta & a-1 & \theta & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & \theta & a & \theta & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & \theta & a-1 & \theta & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta & a-4 & \theta & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = 0. \tag{68}$$

Sind die Wurzeln von (68) bekannt, so ist das erste Problem aus (61), die Bestimmung der charakteristischen Konstanten σ gelöst.

Ich will die Theorie von E. und W. nicht weiter entwickeln; es kommt hier vielmehr darauf an, die Leitgedanken aufzuzeigen und die praktische Bedeutung der Theorie herauszustellen. Ich will jedoch versuchen, die durch (61) dargestellte Lösungsmethode des Beugungsproblems physikalisch zu deuten.

Ohne Rücksicht auf die zeitliche Änderung in der Schallwelle ist die Amplitude der die n-te Beugungsordnung darstellenden Lichtwelle gegeben durch:

$$f_n(z) \exp(i\,n\,b\,x). \tag{69}$$

In Summendarstellung:

$$\sum f_{n,r} \exp(i\,\sigma_r\, z) \exp(i\,n\,b\,x). \tag{70}$$

Das laufende Glied in (70) kann aufgefaßt werden als eine ebene Welle mit der Amplitude: $f_{n,r}$, der Richtung: $\theta^r = \operatorname{arctg}(n\,b/\sigma_r)$, welche jeweils verläuft in einem Medium mit dem Brechungsindex:

$$\frac{1}{u}\sqrt{(\sigma_r^2 + n^2 b^2)}. \tag{71}$$

Dies bedeutet, daß das reale Medium mit seiner periodischen Schichtung des Brechungsindex mathematisch ersetzt werden kann durch ein fiktives Medium, welches eine Mannigfaltigkeit von Brechungsindizes aufweist, die wirksam sind jeweils für Wellen in bestimmten Richtungen. Irgendeine Beugungsordnung, z. B. die nullte, besteht aus einer Überlagerung von reinen ebenen Wellen, die in Richtungen θ^r verlaufen und für die jeweils der Brechungsindex μ^r gilt. Die Fortpflanzungsrichtungen der Teilwellen und die zugehörigen Brechungsindizes sind für alle Beugungsordnungen die gleichen. Die Bestimmung der Amplituden dieser Wellen jedoch ist eines der zu lösenden Probleme und geschieht mit Hilfe der Randbedingung, daß an der Eintrittsebene ins Schallfeld die Gesamtamplitude der nullten Ordnung gleich der Einheit ist und die Amplitude der übrigen Ordnungen verschwindet.

Ich will nun zu den Gleichungen (60) zurückkehren und unsere eigene Lösungsmethode (die nicht so glatt und elegant ist wie diejenige von E. und W.) skizzieren. Das fragliche Gleichungssystem ist:

$$\frac{d^2 f_n}{dz^2} - (A + b^2 n^2) f_n = \frac{B}{2i}(f_{n-1} - f_{n+1}). \tag{72}$$

Wir setzen:

$$f_n(z) = \exp(-i\,u\,\mu_0 z)\,\Phi_n(z), \qquad z = \lambda\,\xi \,\big|\, 2\pi\mu,\ (\varrho = \lambda^2/\mu\,\mu_0\,\lambda^{*2},\ u = 2\pi/\lambda) \tag{73}$$

und erhalten:

$$\frac{\mu\, i}{\mu_0}\frac{d^2\Phi_n}{d\xi^2} + 2\frac{d\Phi n}{d\xi} - \Phi_{n-1} + \Phi_{n+1} = i\,\varrho\, n^2\,\Phi_n. \tag{74}$$

Gl. (74) ist ebenso exakt wie die von E. und W. Wir erkennen, daß die Besselfunktion eine Lösung von (74) darstellt, wenn das Glied mit $\mu\, i/\mu_0$ vernachlässigt wird und $\varrho \approx 0$ gesetzt wird. Dann wird:

$$\Phi_n(\xi) = I_n(v), \tag{75}$$

wenn wir bedenken, daß in der Eintrittsebene noch keine Aufspaltung eingetreten ist, d. h. wenn:

$$\Phi_0(0) = 1; \quad \Phi_n(0) = 0; \quad n \neq 0. \tag{76}$$

Wie im letzten Abschnitt näher ausgeführt, wird ϱ für lange Schallwellen tatsächlich sehr klein.

Wir versuchen nun, (74) zu lösen unter der Annahme, daß die zweite Ableitung $\frac{d^2\Phi_n}{d\xi^2}$ unserer Lösung in (74) vernachlässigbar ist. Tatsächlich ist ja $\mu \approx 10^{-4}\,\mu_0$ oder $10^{-5}\,\mu_0$, und es ist wohl gerechtfertigt, Lösungen zu erwarten, welche nicht unbegrenzte zweite Ableitungen in der Größenordnung 10^4 besitzen. Wir betrachten also die vereinfachten Gleichungen:

$$2\frac{d\Phi_n}{d\xi} - \Phi_{n-1} + \Phi_{n+1} = i\varrho n^2 \Phi_n \tag{77}$$

mit den Randbedingungen: $\Phi_0(0) = 1$, $\Phi_n(0) = 0$; $n \neq 0$. Die Lösungen für Φ_n haben wir[28]) in Potenzen von ξ dargestellt. Van Cittert[29]) löste (77) in etwas eleganterer Weise, indem er setzte:

$$\Phi_n(\xi) = I_n(\xi) + a_{n,n+1} I_{n+1}(\xi) + \cdots \tag{78}$$

Für $\varrho \to 0$ gehen alle a gegen null und man erhält mit $\Phi_n \to I_n(\xi)$ die Lösung der elementaren Theorie.

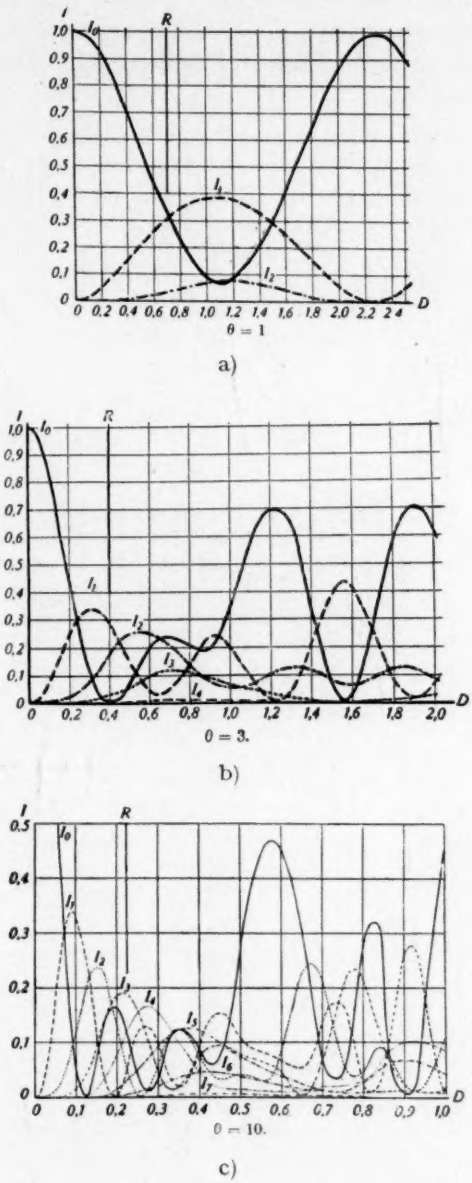
Rytov[30]) hat zur Berechnung der Intensitätsverteilung über die Beugungsordnungen einen anderen, sehr interessanten Weg eingeschlagen. Er erhielt durch schrittweise Näherungen geschlossene Intensitätsformeln. Seine Lösung lautet in unserer Schreibweise:

$$\Phi_n(\xi) = I_n\left(\xi \frac{\sin(\varrho\,\xi/4)}{(\varrho\,\xi/4)} \exp(i\varrho\,\xi/4)\right). \tag{79}$$

Setzt man darin $\varrho = 0$, so erhält man wieder die Lösung aus der elementaren Theorie. Seine Lösungen gelten unter der Bedingung, daß: $\varrho\,\xi^2 \leq 1$. Rytov stellte gründliche Untersuchungen darüber an, wie man auf einfachste Weise die Gültigkeitsbereiche der verschiedenen Näherungsmethoden finden kann. Seine Darstellung ist sehr anschaulich, da das Problem mehr vom physikalischen Standpunkt aus gesehen ist. Interessant ist, daß das Glied $\exp(i\varrho\,\xi/4)$ seiner Lösung (79) auch erhalten wird, wenn wir (77) für größere Werte von ϱ zu lösen versuchen.

VI. Ergebnisse der Theorie von E. u. W. für senkrechte Lichtinzidenz

In Abb. 24 sind die relativen Intensitäten der Beugungsordnungen als Funktion von D und θ aufgetragen. (Es ist in unserer Schreibweise $D = \frac{1}{2}\varrho\,v$ und $\theta = 1/\varrho$.) Wie wir aus der Abb. 24 entnehmen können, nimmt mit wachsendem θ der Gültigkeitsbereich der elementaren Theorie in v zu. Er reicht in Abb. 24c bis



a)

b)

c)

Abb. 24. Intensität I der Beugungsordnungen in Abhängigkeit von

$$D = \frac{\pi\lambda}{\mu_0 \lambda^{*2}} \cdot L; \quad \frac{1}{\theta} = \varrho = \frac{\lambda^2}{\mu_0 \mu \lambda^{*2}}$$

L = Schallfeldtiefe
λ^* = Schallwellenlänge
λ = Lichtwellenlänge
μ_0 = Brechungsindex des Mediums

Die elementare Theorie von Raman und Nath gilt bis zur Linie R
(nach Extermann und Wannier)

[28]) N. S. Nagendra Nath, Proc. Ind. Acad. Sci. 4 (1936), S. 222.

[29]) P. H. Van Cittert, Physica 4 (1937), S. 590.

[30]) S. Rytov, Actualitées scientifiques et industrielles 613 (1938).

$D = 0{,}22$, d. h. $v = 4{,}4$. Oberhalb dieses Bereiches ($v > 4{,}4$) bemerken wir nun ein seltsames Verhalten, das in der elementaren Theorie nicht zum Ausdruck kommt. Die ersten drei Intensitätsmaxima der nullten Ordnung (Abb. 24c) nehmen mit wachsendem v kontinuierlich ab; oberhalb etwa $v = 9$ ($D = 0{,}45$) jedoch wächst die nullte Ordnung zu beträchtlicher Intensität an. Die anderen Ordnungen zeigen ein ähnlich charakteristisches Verhalten, das auch in Abb. 24b merklich ist. In Abb. 24a aber bemerken wir, daß das zweite Intensitätsmaximum der nullten Ordnung praktisch die Intensität des Primärlichtes erreicht. Obwohl also das Licht ein Schallfeld passiert, wird es praktisch nicht gebeugt. Es wäre außerordentlich interessant, wenn dieses Ergebnis experimentell bestätigt werden könnte. Ich vermutete nun, daß dies Verhalten für alle Werte $\theta \leq 1$ bzw. $\varrho \geq 1$ eintreten werde und daß die nullte und erste Ordnung als Quadrate einer Sinusfunktion zuzüglich einer Additionskonstante für die nullte Ordnung darstellbar sein würden. Aus Abb. 24a geht auch hervor, daß die zweite Ordnung vernachlässigbare Intensität besitzt und höhere Ordnungen nicht vermerkt sind. Eine einfache Methode, dies mathematisch zu verifizieren ist, die Gleichungen (77) zu lösen mit der weiteren Bedingung, daß höhere als erste Ordnungen verschwinden.

VII. Lösungen für große Werte von ϱ[31])

Die Gleichungen (77) lauten:

$$2\frac{d\Phi_n}{d\xi} - \Phi_{n-1} + \Phi_{n+1} = i\,\varrho\,n^2\,\Phi_n$$

mit den Randbedingungen:

$$\Phi_0(0) = 1;\ \Phi_n(0) = 0,\ n \neq o.$$

Wenn ϱ sehr groß wird, so sind die Amplituden der verschiedenen Beugungsordnungen — sollen sie den Randbedingungen genügen — gegeben durch:

$$\Phi_n = \frac{1}{\varrho^n}\sum_{r=0}^{n} A_{n,r}\exp(i\,r^2\varrho\,\xi/2), \tag{80}$$

wobei die A den Gleichungen genügen:

$$i\,(r^2 - n^2)\,A_{n,r} = A_{n-1,r} \quad (r = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$$

$$A_{0,0} = 1; \tag{81}$$

$$\sum_{r=0}^{n} A_{n,r} = 0,\ n \neq 0.$$

Darum ist: $\Phi_0 \approx 1$,

$$\Phi_1 \approx \frac{i}{\varrho}(1 - \exp(i\,\varrho\,\xi/2)),$$

$\varrho \approx \infty$;

$$\Phi_2 \approx \frac{1}{\varrho^2}\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\exp(i\,\varrho\,\xi/2) - \frac{1}{12}\exp(2\,i\,\varrho\,\xi)\right).$$

. . . . . .

Das bedeutet, daß mit wachsendem ϱ das Beugungsbild zu verschwinden trachtet. Man darf also füglich erwarten, daß es einen bestimmten Wert von ϱ gibt — etwa ϱ_1 —, derart, daß für alle $\varrho \geq \varrho_1$ zweite und höhere Beugungsordnungen verschwinden. Diese Annahme wollen wir machen und die Gleichungen (77) für Φ_0 und Φ_1 lösen (ϱ_1, selbst soll später bestimmt werden). Die Gleichungen lauten:

$$\frac{d\Phi_0}{d\xi} + \Phi_1 = 0 \ (\text{da } \Phi_1 = -\Phi_{-1}); \tag{82}$$

$$2\frac{d\Phi_1}{d\xi} - \Phi_0 = i\,\varrho\,\Phi,$$

mit den Grenzbedingungen:

$$\Phi_0(0) = 1 \text{ und } \Phi_n(0) = 0,\ n \neq o$$

und der Verabredung, daß $\varrho \geq \varrho_1$.
Die Lösungen sind:

$$\Phi_0 = \frac{1}{2}\exp(i\,\varrho\,\xi/4)\left[\left(1 - \frac{\varrho}{(\varrho^2+8)^{1/2}}\right)\exp\left\{\frac{i\,(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}\xi\right\} + \left(1 + \frac{\varrho}{(\varrho^2+8)^{1/2}}\right)\exp\left\{\frac{-i\,(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}\xi\right\}\right], \tag{83}$$

$$\Phi_1 = \frac{-i\exp(i\varrho\,\xi/4)}{(\varrho^2+8)^{1/2}}\left[\exp\left\{\frac{i\,(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}\xi\right\} - \exp\left\{\frac{-i\,(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}\xi\right\}\right].$$

Sie können auch dargestellt werden in der Form:

$$\Phi_0 = \left(1 - \frac{8}{\varrho^2+8}\sin^2\left\{\frac{(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}\xi\right\}\right)^{1/2} \exp\left(i\left[\frac{\varrho\,\xi}{4} - \operatorname{arctg}\left(\frac{\varrho}{(\varrho^2+8)^{1/2}}\operatorname{tg}\frac{(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}\xi\right)\right]\right), \tag{84}$$

$$\Phi_1 = \frac{2}{(\varrho^2+8)^{1/2}}\exp(i\,\varrho\,\xi/4)\sin\left\{\frac{(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}\xi\right\}.$$

Die Intensitäten sind dann:

$$I_0 = 1 - \frac{8}{\varrho^2+8}\sin^2\left\{\frac{(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}v\right\}, \tag{85}$$

$$I_1 = \frac{4}{\varrho^2+8}\sin^2\left\{\frac{(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}v\right\}.$$

[31]) N. S. Nagendra Nath, Proc. Ind. Acad. Sci. 8 (1938) S. 499.

In (85) haben wir ξ durch v ersetzt, da wir die Aufspaltung für $z = L$ betrachten. Die Formeln entsprechen in ziemlicher Näherung der E. u. W.schen Darstellung in Abb. 24a, da dort schon die zweite Ordnung geringe Intensität hat und alle höheren verschwinden. Wenn wir in (85) $\varrho = 1$ setzen, erhalten wir:

$$(86)\quad \varrho = 1;\qquad I_0 = 1 - \frac{8}{9}\sin^2\left(\frac{3}{4}v\right),\qquad I_1 = \frac{4}{9}\sin^2\left(\frac{3}{4}v\right),$$

oder in der Schreibweise von E. u. W.:

$$(87)\quad \theta = 1;\qquad I_0 = 1 - \frac{8}{9}\sin^2\left(\frac{3}{2}D\right),\qquad I_1 = \frac{4}{9}\sin^2\left(\frac{3}{2}D\right).$$

Aus (87) folgt, daß die erste Ordnung ihr Maximum erreicht, wenn $\frac{3}{2}D = \pi/2$ oder $D \approx 1$, weiterhin, daß die minimale Intensität der nullten Ordnung $\frac{1}{9}$ oder 0,11 beträgt und daß endlich die ganze Beugungserscheinung verschwindet, wenn $\frac{3}{2}D = \pi$ oder $D \approx 2$. Diese drei einfachen Folgerungen sind in bester Übereinstimmung mit der Darstellung Abb. 24a und berechtigen uns zu der Annahme, daß der Wert von ϱ_1 am besten gleich der Einheit gewählt wird. In Abb. 25 sind die Funktionen (87) neben den Kurven von E. u. W. aufgetragen. (Der Verlauf von I_2 ist hier nicht wiedergegeben.) Die Übereinstimmung ist in Anbetracht unserer einfachen Näherungsmethode nicht schlecht. Für $\varrho > 1$ (bzw. $\theta < 1$) wird aber unser Ansatz noch korrekter; wir dürfen also für $\varrho \geq 1$ die Gültigkeit unserer Intensitätsformeln erwarten, welche lauten:

$$(88)\quad I_0 = 1 - \frac{8}{(\varrho^2+8)^{1/2}}\sin^2\left\{\frac{(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}v\right\},\qquad I_1 = \frac{4}{(\varrho^2+8)^{1/2}}\sin^2\left\{\frac{(\varrho^2+8)^{1/2}}{4}v\right\},\qquad I_2 = I_3 = \ldots \approx 0.$$

Das nahezu periodische Verschwinden des Beugungseffektes als Funktion der Schallfeldtiefe, welches E. u. W. im Falle $\varrho = 1$ errechnet haben, wird in unserer Näherung für alle $\varrho \geq 1$ ($\theta \leq 1$) als periodischer Effekt erhalten.

Ich habe hier die Frage der exakten Durchrechnung der Beugung bei schiefer Lichtinzidenz offen gelassen. EXTERMANN hat dieses Problem sorgfältig und eingehend untersucht und bezüglich des Zusammenhanges zwischen

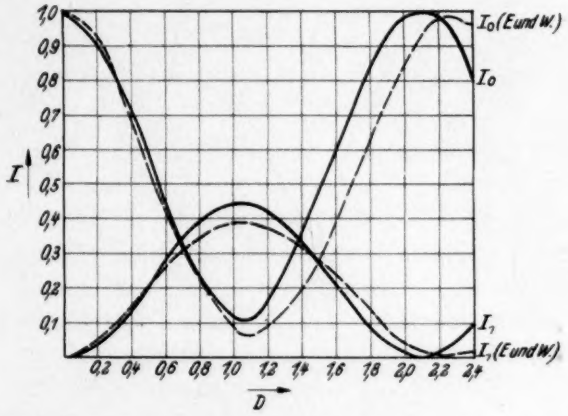


Abb. 25. Vereinfachte Lösung der Gleichungen (77) für $\varrho \geq 1$ zum Vergleich sind die Kurven von E. und W. eingetragen für $\varrho = 1$.

Beugungsasymmetrie und BRAGGscher Reflektion interessante Ergebnisse erhalten. Mein Bestreben ging lediglich dahin, in diesem Bericht die für die experimentelle Forschung bedeutsamen Ergebnisse der Theorie herauszustellen und die in den verschiedenen Theorien angewendeten Methoden und Gesichtspunkte zu diskutieren. Wer an einer exakten analytischen Behandlung des Gesamtproblems interessiert ist, wird eine solche in EXTERMANNS These (Genf) finden[32]).

Herrn Prof. Dr. E. HIEDEMANN-Köln möchte ich auch an dieser Stelle für viele fördernde Diskussionen meinen herzlichen Dank aussprechen. Herrn Dr. E. SCHREUER, der mein Manuskript ins Deutsche übersetzt hat, und Herrn K. OSTERHAMMEL möchte ich für ihre Hilfe bei der Vorbereitung meines Vortrages danken.

(Eingegangen am 6. April 1939.)

[32]) R. EXTERMANN, Thèse (Genf) 990 (1938).

Über neuere Ergebnisse der Geigenforschung

Von H. Backhaus und G. Weymann

(Mit 7 Textabbildungen)

1. Neues Verfahren zur Aufnahme der Resonanzkurve

Die qualitativen Unterschiede von Geigen wurden bisher auf objektive Weise nur durch Aufnahme und Betrachtung der sog. Resonanzkurve oder Frequenzkurve zu ermitteln versucht. Der genauen und jederzeit reproduzierbaren Aufnahme dieser Kurve kommt daher große Bedeutung zu. Man gewinnt sie bekanntlich so, daß die Geige mechanisch, und zwar bisher in fast allen Fällen durch ein über zwei Rollen laufendes, endloses Streichband mit gleichem Druck und gleicher Geschwindigkeit angestrichen wird, der Grundton aus dem entstehenden Klang herausanalysiert und seine Amplitude über der Frequenz aufgetragen wird. Oberhalb 2000 Hz, das sind die höchsten Töne der e-Saite, mißt man die Amplituden der nächstliegenden niederen Obertöne. Um die sehr unregelmäßig verlaufende Kurve nur einigermaßen zuverlässig zu gewinnen, waren bei den so durchgeführten Messungen mindestens etwa 400 Meßpunkte erforderlich. Es ist einleuchtend, daß diese langwierige Messung einer systematischen Untersuchung von verschiedenen Geigen unter verschiedenen Bedingungen sehr hinderlich ist und auch für die laufende Prüfung etwa von Fabrikerzeugnissen nicht in Frage kommt; vielmehr muß hier ein vollautomatisches Verfahren angewandt werden, bei dem das Instrument von sinusförmigen Wechselströmen veränderlicher Frequenz angeregt wird, und die Amplitude des entstehenden reinen Tones gleichzeitig registriert wird. Es fragt sich nun, ob es gelingt, durch die besonderen Anregungsbedingungen Kurven zu erhalten, die den durch Saitenanstrich gewonnenen weitgehend ähneln, womit die Gewähr gegeben ist, daß durch die Erregung keinerlei Änderungen der mechanischen Schwingung des Klangkörpers hervorgerufen werden. Dann kann auch das reichhaltige Material früherer Messungen zum Vergleich herangezogen werden. Die Schwierigkeit, die hier vorliegt, wird aus früheren Messungen ersichtlich[1]), wobei es nicht gelungen ist, eine solche Übereinstimmung zu erhalten. Das lag wohl hauptsächlich daran, daß dort die zusätzlich angebrachte Masse und die Elastizität des Anregungssystems die Frequenzlage der Resonanzen beeinflußten oder neue Resonanzen schafften, so daß keine vergleichbaren Ergebnisse zu erhalten waren.

Auch das Saitenanstrichverfahren bringt gewisse Willkürlichkeiten mit sich. Die hiernach gemachten Messungen erfolgen stückweise zunächst von Saite zu Saite und dann mit höheren Teiltönen. Es ist hierbei möglich, sich auf Messungen auf der g-Saite und der e-Saite allein zu beschränken. So wurde Abb. 1a erhalten. Hierzu ist zu sagen, daß diese Kurve nicht mit einem endlosen Streichband, sondern durch Anstrich mit einem normalen Bogen gewonnen wurde. Der Bogen fährt dabei mittels Rollen auf einer Schiene hin und her und steuert den antreibenden Motor am Ende jedes Weges selbst um. Die Zeit zwischen zwei Umsteuerungen genügt vollkommen, um am Analysator die Ablesung zu machen. Ein kleines Röllchen drückt die Bogenhaare an die Saite an, ähnlich wie bei den früher beschriebenen Anstrichvorrichtungen[2]). Der Vorteil dieser Vorrichtung besteht darin, daß der zur Erzeugung eines normalen Geigenklanges notwendige Druck weniger kri-

[1]) H. Meinel, Akust. Z. 2 (1937), S. 22, 62.

[2]) H. Backhaus, Z. techn. Physik 17 (1936), S. 573; Akust. Z. 1 (1936), S. 179.

tisch ist als sonst und die Anstrichbedingungen den Vorgängen beim natürlichen Geigenspiel näherkommen. Die hierbei auf den Steg ausgeübten Kräfte sind von der Länge des abgegriffenen Stückes der Saite abhängig, und auch die Ordnungszahl des Teiltons spielt eine Rolle, so daß die in den verschiedenen Bereichen aufgenommenen Kurvenstücke dort, wo an den Überlappungsstellen Vergleiche möglich sind, zwar der Frequenzlage der Resonanzen nach einigermaßen übereinstimmen, aber sonst doch erhebliche Verschiedenheiten zeigen[3]).

Für das neue Verfahren wurde nach verschiedenen Versuchen folgende Art der Anregung gewählt: Der Anker eines elektromagnetischen Systems wurde so leicht gemacht, daß der ihn durchsetzende Kraftfluß gerade die zur Anregung des Geigenkörpers notwendigen Kräfte verzerrungsfrei aufbringt. Das System wird so an den Steg herangeführt, daß der Anker den Steg faßt und zu Kippschwingungen in der Ebene senkrecht zu den Saiten und senkrecht zur Geigendecke anregt. Da der Anker keine Rückstellkraft erhält, wird lediglich eine kleine Masse zusätzlich auf den Steg gebracht, die aber so klein ist, daß alle natürlichen Resonanzen des Klangkörpers ihre Frequenzlage behalten. Man wird dann zweckmäßig mit konstanter Anregungsspannung arbeiten, so daß infolge der Induktivität der Magnetspule der Spulenstrom mit wachsender Frequenz in wohldefinierter Weise abnimmt. Schon dies Verfahren ergibt eine weitgehende Ähnlichkeit mit den älteren Resonanzkurven. Eine Messung mit konstantem Anregungsstrom würde die hohen Frequenzen in unnatürlicher Weise bevorzugt erscheinen lassen. Um aber eine nahezu vollständige Angleichung an die Ergebnisse der Bogenanstrichmethode zu erzielen, ist es nötig, deren Eigentümlichkeiten hier nachzuahmen. Das gelingt unter Zugrundelegung des Verfahrens zu Abb. 1a leicht in folgender Weise: Man läßt den Anregungsstrom für den Frequenzbereich der g-Saite monoton abnehmen, siehe Abb. 1c. Ebenso verfährt man für den Bereich der Grundtöne auf der e-Saite. Bei den Obertönen genügt es, den Strom konstant zu halten. Die an den Stellen sprunghafter Stromänderung auftretenden Unstetigkeiten entsprechen den oben erwähnten ähnlichen Erscheinungen bei dem alten Verfahren. Sie stören aber den Verlauf der Resonanzkurve in beiden Fällen nicht nennenswert. Da die g-Saite wegen ihrer größeren Masse auch größere Schwingungsenergie besitzt und an den Steg abgibt, muß der Anfangswert des

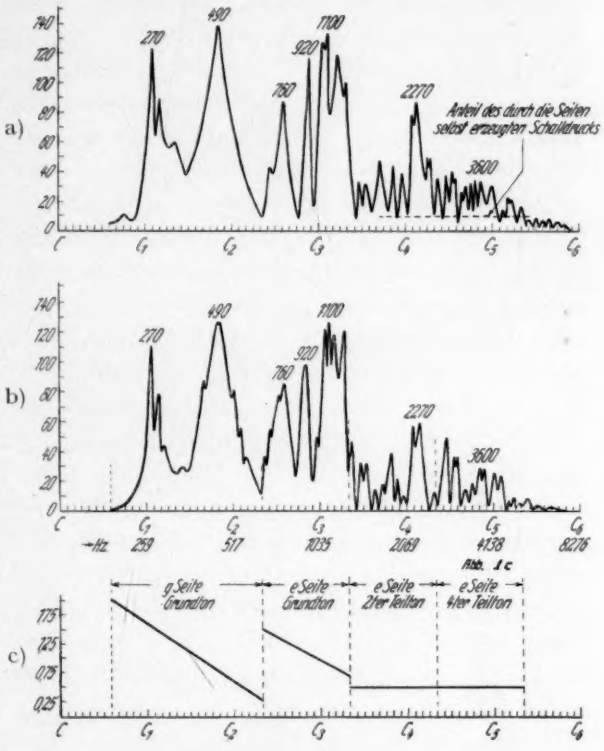


Abb. 1. Resonanzkurve einer Geige
a) mit Saitenanstrich, *b*) mit elektromagnetischer Erregung, *c*) Stromamplitude im Elektromagneten

Stromes höher sein als der Anfangswert im Bereich der e-Saite. Die zum Zwecke dieser Anpassung an die früheren Ergebnisse vorgenommenen Stromänderungen sind demnach nicht willkürlich, sondern wegen der erwähnten Gesetzmäßigkeiten notwendig und verständlich. Die automatisch oder von Hand vorzunehmende Stromregelung wird natürlich überflüssig, wenn man sich durchweg auf Kurven bezieht, die mit dem beschriebenen Anregungssystem und konstanter Spannung erhalten werden.

Die Übereinstimmung der beiden Kurven nach Abb. 1a und b ist durchaus befriedigend. Die beiden einzigen merklichen Abweichungen

[3]) H. Meinel, Akust. Z. 4 (1939), S. 89, Abb. 6.

können leicht erklärt werden: Erstens fand sich bei allen von uns untersuchten Geigen, auch bei Saitenanstrich, eine Resonanz bei 2250 Hz. Bei dem neuen Verfahren wird diese Resonanz nun durchweg etwas schwächer angeregt. Das liegt daran, daß, wie die Versuche ergaben, diese Resonanz besonders stark dann auftritt, wenn der Steg in Richtung der Saiten angeregt wird. Es wurde aber bewußt darauf verzichtet, aus diesem Grunde in verschiedenen Ebenen anzuregen, sondern die beschriebene Anregungsart gewählt, die sonst die beste Übereinstimmung ergab. Die zweite Abweichung findet dadurch ihre Erklärung, daß die Saiten bei dem neuen Verfahren sämtlich abgedämpft werden und daher keinen Beitrag zur Schallabstrahlung liefern. Es muß nun noch festgestellt werden, wie groß dieser Beitrag ist. Dazu wurde eine sog. stumme Geige, d. h. eine Geige ohne Klangkörper mit der oben beschriebenen Vorrichtung angestrichen und durchgemessen. Es zeigt sich, daß von etwa 5000 Hz an die Größenordnung des Schalldruckes der stummen Geige gleich der von einer normalen Geige ist. Der Schall wird dann also fast ausschließlich von den Saiten selbst abgestrahlt. Schon von etwa 2000 Hz an entfällt aber ein merklicher, näherungsweise konstanter Anteil des Schalldrucks auf die Saitenabstrahlung allein. Dieser Anteil muß bei den durch Saitenanstrich gewonnenen Kurven in Abzug gebracht werden, wenn sie mit den automatisch gewonnenen Kurven verglichen werden sollen. Die Größe dieses Anteils ist in Abb. 1a angedeutet. Es kann wohl als ein Vorteil angesehen werden, daß bei der automatischen Methode nur die Abstrahlung des Klangkörpers, die für die Güte der Geige maßgebend ist, erhalten wird und nicht zusätzlich die der Saiten.

Die gute Übereinstimmung der so gewonnenen Resonanzkurven mit den nach dem Anstrichverfahren aufgenommenen gibt die Gewähr, daß sich bei der neuen Art der Anregung die Geige bei jeder Frequenz genau so verhält wie bei Bogenanstrich. Es lassen sich also mit diesem Verfahren alle Untersuchungen, z. B. bezüglich der Richtwirkung und der Schwingungsform ebenfalls und zwar meist viel einfacher, aber mit dem gleichen Resultat wie bei Saitenanstrich durchführen.

Die Aufnahme der Resonanzkurve kann mit einer Geschwindigkeit erfolgen, die die Einschwingvorgänge bei den verschiedenen Resonanzen eben noch nicht störend in Erscheinung treten läßt. Das ergibt eine Aufnahmedauer von etwa 20—30 Minuten. Bemerkenswert ist, daß diese so erhaltenen Kurven eine Mannigfaltigkeit und Vielheit der Resonanzen zeigen, die durch punktweise Messungen gar nicht zu finden ist. Bei der bisherigen Art der Aufnahme war es nicht möglich, die Schalldruckamplituden stetig am Instrument bei stetiger Änderung der Anregungsfrequenz zu beobachten; es mußte vielmehr jeweils nach Änderung des Saitenabgriffs der Suchton im Analysator wieder so eingestellt werden, daß sich ein Maximum ergab, das dann zur Ablesung gelangte. Noch schwieriger ist es, vor allem bei den tieferen Frequenzen, diese Einzelheiten festzustellen, wenn — auch in dichter Frequenzfolge — der Reihe nach, zur späteren Auswertung, Klanganalysen gemacht werden. Da man jeden Umkehrpunkt oder selbst Haltepunkt des Lichtzeigers als Resonanz kennzeichnen muß, kommt man bei den verschiedensten Geigen so auf eine Zahl von rund 170 Resonanzen. Bei Versuchen zur Reproduzierbarkeit wurden alle diese Einzelheiten in genau gleicher Weise wiedergefunden. Diese Feinheiten, die in der photographischen Aufnahme deutlich hervortreten, konnten in der Umzeichnung in Abb. 1b nicht vollständig wiedergegeben werden.

2. Zur Ausdeutung der Resonanzkurven

In jüngster Zeit sind Resonanzkurven von einer Reihe von wertvollen alten italienischen Geigen bekannt geworden[4]), und es ist gleichzeitig der Versuch unternommen worden, hiernach die physikalischen Ursachen für die hervorragenden klanglichen Eigenschaften dieser Instrumente festzustellen. Eine Mittelbildung über Quintenbereiche der gemessenen Resonanzkurven ergab, daß je besser eine Geige zu beurteilen war, um so tiefer der so ermittelte

[4]) H. Meinel, Akust. Z. 4 (1939), S. 89.

klangliche Schwerpunkt liegt. Im großen ganzen sollen also die tieferen Frequenzen bei diesen guten Geigen besonders bevorzugt werden. Hierdurch wird gleichzeitig dafür gesorgt, daß die Grundtöne in dem tieferen Gebiet im allgemeinen besonders kräftig sind. Damit ist eine quantitative Bestätigung von Resultaten gelungen, die von allen früheren Forschern von HELMHOLTZ an mit anderen, weniger durchgebildeten Methoden ebenfalls gefunden waren. Auch aus älteren Untersuchungen des erstgenannten Verfassers ist dasselbe Ergebnis gefolgert worden[5]).

Es zeigt sich nun aber weiter, daß in dem Frequenzbereich von 2192—3285 Hz die guten Geigen merklich kräftiger strahlen als die schlechten[6]). Es ist nicht angängig, diese Erscheinung — es handelt sich um einen Unterschied von etwa 30% im Schalldruck — als belanglos abzutun. Es muß im Gegenteil aufrechterhalten werden, daß hierin eine Bestätigung von älteren, mit unvollkommenen Mitteln gewonnenen, mehr statistischen Ergebnissen des erstgenannten Verfassers erblickt werden muß. Hiernach sind gute Geigen dadurch ausgezeichnet, daß sie höhere Frequenzen besonders kräftig abstrahlen. Aus den Messungen an einer Stradivarius-Geige war das Gebiet zwischen 3000 und 4000 Hz als besonders bedeutungsvoll ermittelt worden. Es scheint sich hierbei wohl um eine etwas ungewöhnliche Eigenschaft dieser Geige gehandelt zu haben. Jedenfalls dürfte aber nunmehr außer Frage stehen, daß diese Bevorzugung des Gebietes um 3000 Hz herum zu den kennzeichnenden Eigenschaften hervorragender Geigen gehört.

Wenn man dies zusammenhält mit den vorher erwähnten Feststellungen über die Bedeutsamkeit der tieferen Gebiete, so ergibt sich daraus das durchaus plausible Resultat, daß eine Geige um so höher zu bewerten ist, in je weiteren Frequenzgebieten bis zu 3000 Hz hinauf sie bezüglich ihrer Frequenzkurve möglichst ausgeglichen ist. Das bezieht sich vor allem auf die tiefste Oktave und auf ein Gebiet, das etwa von 2000 bis über 3000 Hz angenommen werden muß. In den mittleren Gebieten sind zwischen guten und schlechten Geigen keine so nennenswerten Unterschiede festgestellt worden.

Es ist natürlich klar, daß ein solches Resultat nur sehr schwer zu erhalten sein wird, und damit erklären sich wohl die Schwierigkeiten, mit denen der heutige Geigenbau zu kämpfen hat. Läßt man dagegen die hohen Frequenzen außer acht, so ergeben sich erstaunliche Folgerungen: eine Hervorhebung der tiefen Frequenzen kann natürlich leicht durch Verringern der Holzstärke erreicht werden. Das folgt aus ganz allgemeinen mechanischen Regeln. Gleichzeitig werden damit die hohen Frequenzen benachteiligt. Diesen beiden Forderungen würde also mit der Verringerung der Holzstärke gemeinsam Rechnung getragen werden können. Eine zu starke Verringerung muß allerdings peinlich vermieden werden, damit der Klang nicht „topfig" wird. Zweifellos wirken sich Abarbeitungsmaßnahmen bei geringen Holzdicken stärker aus als bei größeren. Trotzdem ist es schwer verständlich, daß es den modernen Geigenbauern, angesichts der großen Sorgfalt, die sie auf genaue Prüfung der Eigentöne der Einzelteile des Körpers verwenden, nicht gelingen sollte, das richtige Maß hierfür zu finden und einzuhalten. Man wird sich vielmehr fragen müssen, wenn die Dinge so einfach lägen, warum dann das erstrebte Ziel nicht schon längst und von vielen erreicht ist, warum im Gegenteil alle Versuche, die ja gerade auch mit geringen Holzstärken gemacht worden sind, so wenig Erfolg gehabt haben. Die Holzstärken schwanken bekanntlich bei jedem Meister je nach der Art des verwendeten Holzes recht beträchtlich. So hat Stradivarius bei 18 Geigen aus den Jahren 1672 bis 1736 Deckenstärken von 1,98—3,17 mm[7]) verwendet. Bei Fabrikgeigen ist heute sicher vielfach die Holzstärke zu groß. Aber eine große Zahl von modernen Meistern arbeitet mit Holzstärken, die in ihrer Größenordnung durchaus nicht oberhalb von den bei klassischen Instrumenten bekannten liegen. Wenn man daher nichts weiter tut, als die Holzstärke im ganzen in den hierfür zulässigen Grenzen zu verringern, so

[5]) H. BACKHAUS, Naturwiss. 17 (1929), S. 815.
[6]) H. MEINEL, Akust. Z. 4 (1939), Abb. 3.
[7]) W. H., A. F. and A. E. HILL, Antonio Stradivari. London 1909.

ist eine merkliche Förderung gegenüber den Ergebnissen des jetzigen Geigenbaues schwerlich zu erwarten.

Auf die Bedeutung der hohen Frequenzen hinzuweisen, besteht aber in der augenblicklichen Lage auch noch aus einem anderen Grunde besondere Veranlassung, weil nämlich diese Frequenzgebiete bei der Aufnahme der Resonanzkurven bisher nicht die Beachtung gefunden haben, die sie verdienen. Es ist bekannt, daß Geigen bei tieferen Frequenzen nach allen Richtungen hin ziemlich gleichmäßig strahlen[1]), daß aber, wie auch aus allgemeinen Erwägungen zu erwarten ist, bei höheren Frequenzen eine immer schärfere Richtwirkung auftritt. Über das allgemeine akustische Verhalten einer Geige kann also eine Aufnahme an einem festen Punkt im Schallfeld bei tieferen Frequenzen hinreichenden Aufschluß gewähren. Bei hohen Frequenzen dagegen können solche Messungen allein nicht genügen, um allgemeine Aussagen über die Bedeutung dieser Frequenzgebiete zuzulassen. Soweit daher aus solchen Messungen Folgerungen allgemeinster Art bezüglich der klanglichen Eigenschaften von Geigen gezogen worden sind[4]), so stehen diesen Ergebnissen ernsthafte Bedenken entgegen. Es erscheint vielmehr nötig, bei der Beurteilung der Resonanzeigenschaften von Geigen ihre Richtwirkung gleichfalls mit zu berücksichtigen. Das kann bei einer Messung geschehen, die die Aufnahme der Resonanzkurve und der jeweiligen Richtcharakteristik verbindet. Die unter 1 geschilderte Apparatur bietet die Möglichkeit, solche Aufnahmen mit geringem Zeitaufwand automatisch durchzuführen.

Die vorliegenden Meßergebnisse über die Richtwirkung von Geigen lassen deutlich erkennen, daß es nicht möglich ist, eine bestimmte Richtung festzulegen, in der eine Messung allen diesen Anforderungen genügen würde. So zeigt z. B. das Richtwirkungsdiagramm einer Geige bei 3045 Hz[8]) in der Richtung, in der die Resonanzkurven aufgenommen wurden, ein tiefes Minimum. Daß diese Richtung, 45° in unserer Bezeichnung, keine Vorzüge gegenüber anderen hat, abgesehen von einigen Sonderfällen, zeigen Messungen, die wir hierzu angestellt haben. Siehe Abb. 2a und b. Die Kurven lassen weiter erkennen, daß ein merkliches Verschwinden der Abstrahlung nach der Bodenseite hin bei hohen Frequenzen, das aus früheren Messungen gefolgert wurde[1]), nicht eintritt. Auch andere Erscheinungen wie das Umklappen der Richtcharakteristik um 180° bei Überschreiten von Resonanzen wurden bei unseren Messungen nicht gefunden. Im ganzen ist die Gestalt der Richtcharakteristiken nur bei tieferen Frequenzen bis etwa 900 Hz den früher gefundenen Formen, aber auch nur in großen Zügen, ähnlich. Bei höheren Frequenzen konnten keine Übereinstimmungen mehr gefunden werden. Hierbei sei bemerkt, daß die Messungen bei der elektrischen Anregung unter Fortfall der früher

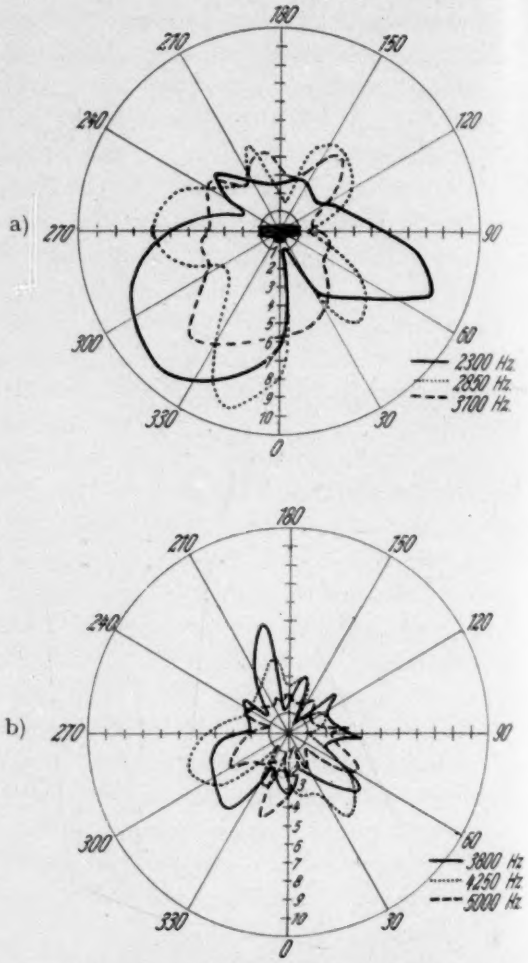


Abb. 2. Richtcharakteristiken der Geige K 1

[8]) H. Meinel, Akust. Z. 2 (1937), Abb. 15.

benötigten Grundplatte sowie aller störenden Einzelteile der Anstrichapparatur gemacht werden konnten. Die Vermutung, daß alle Geigen normaler Bauart sich bei tiefen und mittleren Frequenzen bezüglich ihrer Richtcharakteristik nicht wesentlich unterscheiden, konnte nur für die tiefen Frequenzen bestätigt werden. Für das Gebiet von 900 Hz an aufwärts ist diese Vermutung augenscheinlich nicht richtig.

3. Die Bedeutung des Lufthohlraums

Nachdem eine Reihe von Verfahren gefunden worden sind, die Resonanzen von Geigen ihrer Frequenzlage und Stärke nach experimentell zu bestimmen, ergibt sich die weitere Aufgabe, festzustellen, durch welche mechanischen Eigenschaften des Instruments diese Resonanzen entstehen und durch welche Maßnahmen sie demnach in ihrer Frequenzlage und Stärke zu beeinflussen sind. Im allgemeinen wird diese Aufgabe sehr schwer zu lösen sein. Deshalb ist es wohl zweckmäßig, hiermit bei der Resonanz anzufangen, deren Entstehung noch am leichtesten zu erkennen ist, der sog. Hohlraumresonanz, die zuerst von RAMAN[9]) festgestellt worden ist.

Messungen zur Ermittlung der Körperschwingungsformen[10]), [11]), [12]) ergaben bei allen normalen Geigen übereinstimmend im Gebiet der Hohlraumresonanz bei etwa 270 Hz eine besonders einfache Schwingungsform: es schwingen dann nämlich Boden und Decke in sich nahezu in gleicher Phase, aber so, daß die Bewegungen der beiden Körper jeweils in paralleler Richtung erfolgen. Siehe Abb. 6b. Die Schwingungsform ergibt also in erster Näherung einen Strahler erster Ordnung.

Eine Anregung der Schwingungen des Lufthohlraumes kann natürlich nur durch Bewegungen von Boden und Decke erfolgen. Es liegt aber auf der Hand, daß die geschilderte Körperschwingung für diesen Zweck als sehr ungeeignet erscheinen muß. Es kann demnach wohl nicht bestritten werden, daß es durch einen besonderen Aufbau des Instruments erreicht ist, diese Resonanz möglichst wenig zur Geltung kommen zu lassen. Wenn etwa bei dieser Frequenz Boden und Decke gleichphasig schwingen würden, was für eine möglichst wirksame Anregung der Hohlraumschwingungen entschieden günstiger sein würde, so müßte man erwarten, daß die Hohlraumresonanz wegen der günstigeren Strahlerform so stark hervortritt, wie es für eine gute Klangwirkung nicht mehr erträglich ist. Wenn bei besonders guten Geigen eine relativ etwas kräftigere Hohlraumresonanz gefunden wurde als bei weniger guten Instrumenten[4]), so ist dies eine sehr interessante Feststellung, steht aber mit den vorstehenden Bemerkungen keineswegs in Widerspruch.

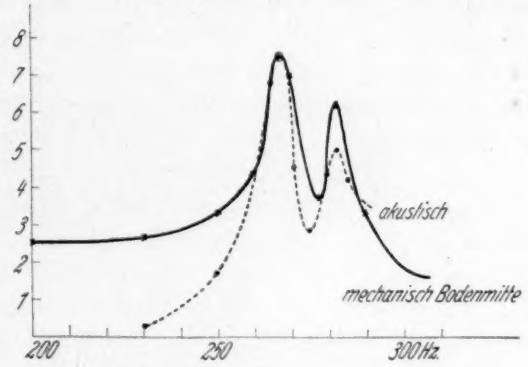


Abb. 3. Mechanische und akustische Resonanzkurve der Geige K 1 in der Nähe der Hohlraumresonanz

Wenn man nun im Gebiet von etwa 270 Hz die Körperschwingungsamplituden und den Schalldruck in Abhängigkeit von der Frequenz aufträgt, so findet man, daß immer dann, wenn der Schalldruck ein Maximum hat, auch die Körperamplituden ein solches aufweisen, wobei allerdings die Resonanzüberhöhung gegenüber den tiefen Frequenzen in den mechanischen Kurven als Durchschnitt der Messungen an vielen Körperpunkten etwa 3 : 1, in den akustischen Resonanzkurven dagegen bis zu 20 : 1 beträgt. Ein Beispiel dafür gibt Abb. 3. Man kann die Lage der Hohlraumresonanz nach unten oder nach oben verschieben, indem man entweder die Leitfähigkeit der F-Löcher durch Vorsetzen von Pappschirmen verringert oder

[9]) C. V. RAMAN, Proc. Ind. Assoc. Sci. 6 (1925), S. 19.
[10]) H. BACKHAUS, Z. Physik 62 (1930), S. 143.
[11]) H. BACKHAUS, Z. Physik 72 (1931), S. 218.
[12]) H. MEINEL, Elektr. Nachr.-Techn. 14 (1937), S. 119.

indem man an den Zargen zusätzliche Löcher anbringt. Bei beiden Versuchen verschieben sich sowohl die akustisch gemessenen als auch die mechanisch aufgenommenen Resonanzen in gleichem Maße nach oben bzw. nach unten. Hieraus muß wohl der Schluß gezogen werden, daß bei dieser Frequenz die Hohlraumschwingungen das Entstehen einer mechanischen Resonanz durch die besondere Art der Belastung, die der Geigenkörper erfährt, zustande bringen. Man wird sich nun zu fragen haben, wie es möglich ist, daß eine Schwingungsform der oben geschilderten Art entsteht, während man vielmehr erwarten sollte, daß Boden und Decke jeweils gleichzeitig nach außen und nach innen schwingen sollten. Man muß diese Tatsache wohl folgendermaßen verstehen: bei diesen tiefen Frequenzen bewegen sich die einzelnen Teile des Instruments ohne nennenswerte Unterteilung. Die Lufthohlraumschwingungen wirken hauptsächlich auf den Boden, was man an den durchschnittlich etwa doppelt so großen Bodenschwingungsamplituden gegenüber der Decke erkennt. Hierfür dürfte die Versteifung der Decke durch den Baßbalken verantwortlich sein. Vermöge der engen Verbindung, die durch den Stimmstock zwischen Boden und Decke hergestellt wird, wird dann augenscheinlich die Decke von den Bodenschwingungen mitgenommen.

Versuche zur möglichst punktförmigen Ausmessung des Schallfeldes zeigten, daß bei dieser Frequenz infolge der Wirkung des hier besonders stark angeregten Lufthohlraums in der unmittelbaren Nähe der F-Löcher erhebliche Steigerungen, bis auf das Zehnfache der Druckamplituden, gemessen wurden. Der festgestellte akustische Gesamteffekt, vor allem die gegenüber den mechanischen Resonanzkurven beträchtlich größere Resonanzüberhöhung läßt sich aber nicht in nennenswertem Maße auf diese Erscheinung zurückführen. Das kann man durch folgende rohe Näherungsrechnung einsehen: in 1 m Abstand von dem Mittelpunkt eines Kugelstrahlers von 13 cm Radius verhalten sich bei 270 Hz die errechneten Druckamplituden wie 1 : 8, wenn der Strahler aus der zweiten Ordnung in die erste übergeht[13]). Andererseits kann man sich bei diesen tiefen Frequenzen die F-Löcher durch einen Kreisstrahler gleicher Fläche, d. h. von etwa 2 cm Radius, ersetzt denken, der eine zehnfach größere Geschwindigkeitsamplitude hat als die übrige Fläche des Klangkörpers. Da für diesen Fall angenommen werden kann, daß die Geschwindigkeitspotentiale und damit die Schalldrucke proportional zu den strahlenden Flächen sind, so würde durch die geschilderte Wirkung der F-Löcher eine Steigerung des Schalldrucks um etwa 25% eintreten. Daraus folgt aber, daß die oben geschilderte akustisch gemessene Resonanzüberhöhung zum weitaus größten Teil der Wirkung der Erniedrigung der Strahlerordnung zuzuschreiben ist, daß dagegen der Luftaustritt durch die F-Löcher für den Klang nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Wenn man in der Umgebung der Hohlraumresonanz die Resonanzkurve akustisch mit stetig geänderter Anregungsfrequenz, wie es jetzt das oben geschilderte Verfahren gestattet, aufnimmt, so zeigt sich bei allen uns im Augenblick zur Verfügung stehenden Geigen eine deutliche Aufspaltung dieser Resonanz. Siehe Abb. 4. Durch Anbringung von mehreren Löchern von 8 mm Durchmesser an den Zargen wird die wirksame Leitfähigkeit der F-Löcher heraufgesetzt und damit die Eigenfrequenz des Lufthohlraumes erhöht. Es zeigen sich nun hierbei eigentümliche Veränderungen in der Gestalt der Resonanzkurve, wenn die Gesamtfläche der Öffnungen weiter vergrößert wird, die ohne Zweifel auf Kopplungserscheinungen zwischen der Hohlraumschwingung und einer anderen Eigenschwingung zurückzuführen sind. Über diese zweite Eigenschwingung kann zunächst nur soviel gesagt werden, daß sie nur gemeinsam mit der Hohlraumresonanz angeregt wird, also auch zugleich mit ihr verschwindet, wenn man etwa die Leitfähigkeit der F-Löcher stark herabsetzt. Außerdem verschwindet diese zweite Eigenschwingung unter Aufrechterhaltung der Hohlraumschwingung auch dann, wenn man die Geige nicht, wie bisher allgemein üblich, am Hals und am Unterklotz, sondern nur am Hals festhält. Die Kopplungserscheinungen sind dann nicht mehr zu erkennen, und auch sonst

[13]) E. Schütt, Diss. Greifswald 1935.

ändert sich die Resonanzkurve im Gebiet zwischen 400 und 450 Hz nicht unerheblich. Siehe Abb. 5. Dieser Befund deutet einmal vielleicht darauf hin, daß die erwähnte zweite Eigenfrequenz bei etwa 270 Hz auf die Mitwirkung des Geigenhalses zurückzuführen ist. Es erscheint hiernach aber weiter überhaupt wohl günstiger

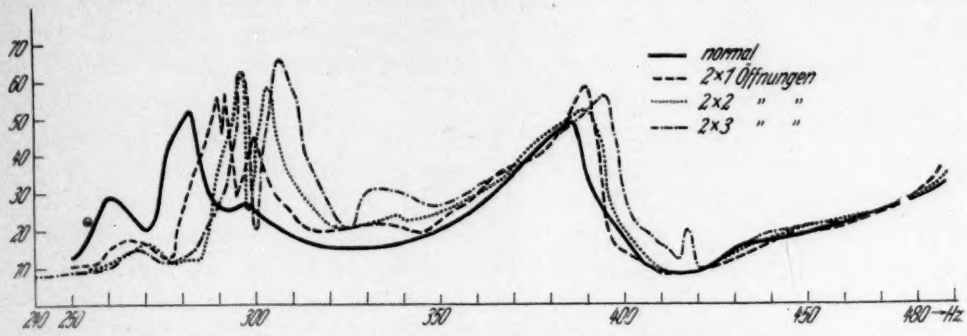


Abb. 4. Akustische Resonanzkurve der Geige P 2 in der Nähe der Hohlraumresonanz. Einfluß des Leitwertes der F-Löcher

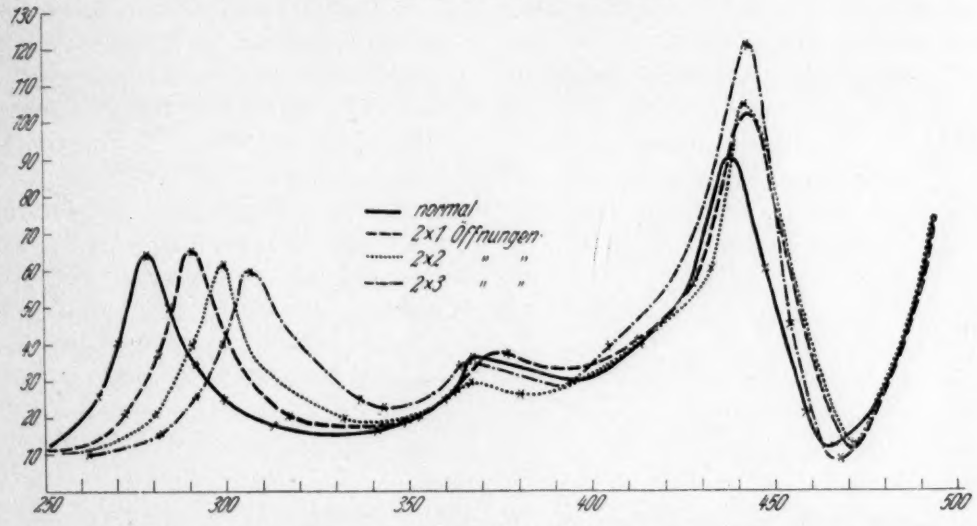


Abb. 5. Resonanzkurve der Geige P 2 in der Nähe der Hohlraumresonanz bei Halterung am Hals allein. Einfluß des Leitwertes der F-Löcher

zu sein, Untersuchungen an Streichinstrumenten mit Halterung nur am Hals durchzuführen, zumal dies den natürlichen Spielbedingungen angemessener ist, als wenn wie bisher zwischen Hals und Unterklotz eine starre Verbindung hergestellt wird, die beim wirklichen Spiel gar nicht vorhanden ist.

4. Schwingungsform und Strahlung

Zu dieser Frage sind in mehreren Veröffentlichungen in letzter Zeit Ausführungen gemacht worden, die der Gesamtheit der bisher bekannten experimentellen Ergebnisse nicht gerecht werden. Es möge uns daher gestattet sein, an dieser Stelle einen kurzen Überblick über diese Ergebnisse zu bringen. Schon lange bekannt ist der Effekt, wonach die Strahlungsleistung eines akustischen Flächenstrahlers erheblich gesteigert wird, wenn bei gleichbleibender Oberflächengeschwindigkeit die Strahlerordnung erniedrigt wird. Ein Beispiel dafür ist der Lautsprecher ohne und mit Schallschirm. Einen weiteren sehr eindrucksvollen Versuch hierzu kann man dadurch machen, daß man bei einem Großblatthaller die Membran nicht wie bei normalem Betrieb überall in gleicher Phase, sondern mit in benachbarten Teilen entgegengesetzten Phasen schwingen läßt. Der Erfolg ist eine sehr deutliche Herabsetzung der Lautstärke. Beim

Kugelstrahler und bei der kreisförmigen starren Scheibe kann man die Schalleistung berechnen[13]). Sie wächst ganz allgemein sowohl mit der Oberflächengeschwindigkeit wie auch mit der Strahlungsdämpfung. Die Strahlungsdämpfung selbst ist um so größer, je niedriger die Strahlerordnung ist, mit je weniger Knotenlinien also die strahlende Fläche schwingt. Es ist nun die Frage, wodurch die scharfen Spitzen in den Resonanzkurven von Geigen entstehen, und das Nächstliegende ist natürlich sowohl die Oberflächengeschwindigkeit als auch die Strahlungsdämpfung hierfür verantwortlich zu machen. Ein eindrucksvolles Beispiel ist unter 3 für das Verhalten der Geigen bei der Hohlraumresonanz, d. h. bei 270 Hz, gegeben worden. Hier zeigte sich deutlich, daß um den beobachteten akustischen Effekt zu erklären, beide Einflüsse, sowohl die Oberflächengeschwindigkeit als auch die Strahlungsdämpfung zu berücksichtigen sind. Wenn die Strahlungsdämpfung, wie vielfach angenommen wird, im Vergleich mit der Gesamtdämpfung wirklich sehr klein ist, so würde das nur einen schlechten mechanisch-akustischen Wirkungsgrad der Geige zur Folge haben. Für die akustische Leistung bleibt aber unter allen Umständen die Strahlungsdämpfung neben der Oberflächengeschwindigkeit maßgebend. Denn gleichzeitig mit der Strahlungsdämpfung müßte auch die gesamte Schalleistung verschwinden. Übrigens haben von uns veranstaltete Versuche an schwingenden Holzstäben, über die später eingehend berichtet werden soll, ergeben, daß die Gesamtdämpfung in Luft etwa 25% größer ist als im Vakuum, was auf einen nicht unbeträchtlichen Anteil der Strahlungsdämpfung hindeutet.

Über die Schwingungsformen von Geigenkörpern ist bisher folgendes bekannt: bei bestimmten Frequenzen, die etwa den Spitzen der Resonanzkurve entsprechen, werden die Knotenlinien ganz oder doch stückweise besonders scharf. Hierauf wurde zuerst von dem erstgenannten Verfasser hingewiesen[10]). Neben diesen scharf ausgeprägten Knotenlinien treten auch stark verwaschene Schwingungsformen auf. Das wird sich aber bei einer guten Geige auf sehr enge Frequenzgebiete beschränken müssen, weil hierbei die akustische Abstrahlung sehr ungünstig ist. In manchen Fällen weisen die Knotenlinienbilder über Frequenzbereiche von einigen Ganztönen keine nennenswerten Änderungen auf. Die Knotenlinien sind in keinem Fall in ihrem ganzen Verlauf gleich scharf ausgebildet, sondern zeigen immer einige verwaschenere Stellen, die sich mit der Frequenz verschieben, wobei die Knotenlinie ihren Verlauf im wesentlichen beibehalten kann. Hierdurch können die beobachteten zahlreichen Einzelaufspaltungen der Resonanzmaxima eine befriedigende Erklärung finden. Wenn man daher bestimmte Stellen schärfster Knotenlinienausprägung festlegen will, so liegt darin immer eine gewisse Willkür.

Bei Messungen zur Ermittlung der Schwingungsformen[10]), [11]) wurden bei zwei Geigen, darunter eine Stradivariusgeige, bei Frequenzen dicht unterhalb 700 Hz Schwingungsformen gefunden, wobei fast die ganze Oberfläche des Körpers in gleicher Phase schwang, die also angenähert einen Strahler nullter Ordnung realisierten. Die akustische Abstrahlung war auch hierbei sehr beträchtlich. Dies war sogar bei dem ersten Versuch dieser Art der Anlaß, die Schwingungsform bei dieser Frequenz zu untersuchen. Es ist sehr beachtlich, daß die meisten Geigen in diesem Frequenzgebiet, das dicht oberhalb der Hauptresonanz liegt, ein scharfes Minimum in ihrer Resonanzkurve aufweisen. Bei einigen besonders hervorragenden Geigen ist dieses Minimum dagegen zum Teil aufgefüllt[14]), was für den akustischen Effekt angesichts der großen musikalischen Bedeutung gerade dieses Frequenzgebietes für die Geige natürlich von hohem Wert sein muß. Es ergibt sich daraus die wohlbegründete Vermutung, daß es sich hier ebenfalls um die Wirkung einer besonders günstigen Schwingungsform handelt, die nicht bei allen Geigen auftritt. Zur Klärung dieser Frage wurde von dem erstgenannten Verfasser eine Untersuchung angeregt und im hiesigen Institut zur Durchführung gebracht[12]), wobei die Wirkung der Holzstärkeänderung auf die Schwingungsform und den Klang beobachtet

[14]) H. Meinel, Akust. Z. 4 (1939), Abb. 1b, 4a, b, c.

wurde. Es ergab sich, daß gewisse besonders scharf ausgebildete Schwingungsformen, siehe Abb. 6, in allen Bearbeitungszuständen im wesentlichen erhalten blieben. Das muß allerdings auf die Schwingungsform der Decke eingeschränkt werden. Auf dem Boden ergaben sich zum Teil wesentliche Unterschiede. Ausdrücklich ist aber hiervon die Schwingungsform Abb. 6b, die der Hohlraumresonanz entspricht, auszunehmen. Sie trat erst bei hinreichend geringen Holzstärken in Erscheinung. Wenn aus diesem Befund weitere verallgemeinernde Schlüsse gezogen werden sollen, so ist zunächst zu berücksichtigen, daß bei den ganzen Versuchen die Geige nicht von innen abgearbeitet wurde, sondern nur von außen. Das wurde bei der Festlegung des Versuchsprogramms ausdrücklich vorgesehen, um nicht allzu viele Versuchsbedingungen gleichzeitig zu ändern. Das bedeutet aber selbstverständlich eine wesentliche Beschränkung der Allgemeingültigkeit der gewonnenen Resultate. Wenn nun hieraus die Vermutung hergeleitet wird, daß alle normalen Geigen ähnliche Schwingungsformen aufweisen werden, so kann man dem für die tiefsten Frequenzen bestimmt zustimmen, da hierfür hinreichend andere Resultate gleicher Art bekannt sind. Für die höheren Frequenzen fehlt aber für diese Vermutung vorläufig jeder Beweis. Wenn nun gar, wie in letzter Zeit geschehen, diese Aussage so erweitert wird, daß andere Schwingungsformen als die hier beobachteten überhaupt nicht auftreten können, so ist dies eine unerlaubte Verallgemeinerung eines Einzelergebnisses, die schon auf Grund des bisher hierzu vorliegenden geringfügigen experimentellen Materials entschieden abgelehnt werden muß. Die genannte Untersuchung war ein erster Versuch auf diesem Gebiet, dem es nicht gelang, eines der hauptsächlichsten Ziele, die Nachahmung der geschilderten nullstrahlerähnlichen Schwingungsform zu erreichen. Schon die Existenz dieser Schwingungsform ist ein hinreichender Beweis für die Unhaltbarkeit dieser Auffassung. Ferner spricht noch dagegen die Tatsache, daß die Schwingungsform nach Abb. 6b als nicht unabhängig von der Holzdicke gefunden wurde. Schließlich aber wurden bei mehreren Geigen im Gebiet von etwa 460 Hz Schwingungsformen der Decke nach Abb. 7 mit einer charakteristischen Querunterteilung beobachtet, die auch in Abb. 6 nicht enthalten sind. Aus dem Vorstehenden ergibt sich, daß die Aussage: „Die Knotenlinienbilder hängen nicht mit der Güte einer Geige zusammen“ [15]) in den bisher bekannten experimentellen Ergebnissen keine Stütze findet.

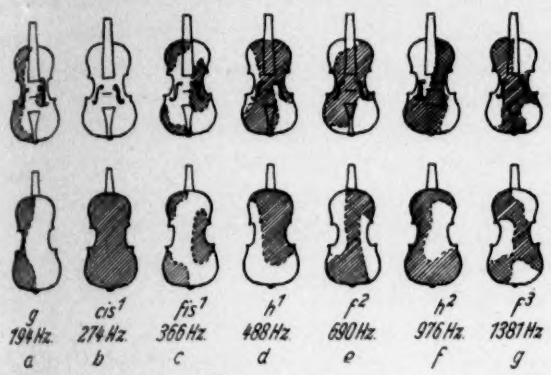


Abb. 6. Schwingungsformen einer Geige an Stellen besonders scharfer Knotenlinienausbildung

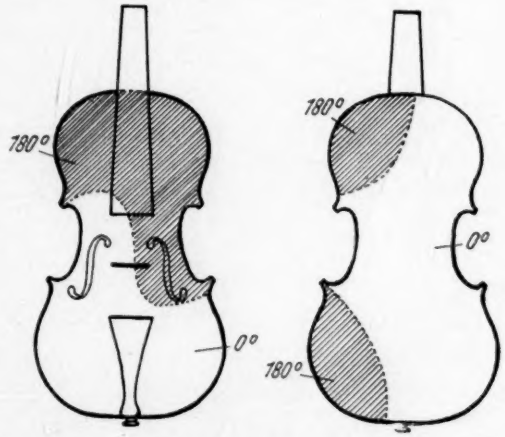


Abb. 7. Schwingungsformen der Geige Gr 3 bei 460 Hz mit charakteristischer Querunterteilung der Decke

Zusammenfassung

Es wird über ein neues, automatisches Verfahren zur Aufnahme von Resonanzkurven von Geigen berichtet, das es gestattet, solche Kurven mit sehr viel geringerem Aufwand und in sehr viel kürzerer Zeit als bisher, etwa in 30 Mi-

[15]) E. Meyer, Physik in regelm. Ber. 6 (1938), S. 16.

nuten, aufzunehmen. Durch besondere Maßnahmen können die so erhaltenen Resonanzkurven den mit der bisherigen Anstrichmethode gewonnenen weitgehend angeglichen werden.

Auf die Bedeutung der hohen Frequenzen für den Geigenklang, die in den neueren Arbeiten nicht die verdiente Beachtung gefunden haben, wird hingewiesen. Die Aufnahme von Resonanzkurven mit feststehendem Mikrophon genügt nicht, um über dieses Frequenzgebiet zuverlässige Aussagen machen zu können.

Die Entstehung der Lufthohlraumresonanz wird eingehend untersucht. Es zeigt sich, daß sie durch Vergrößerung der Körperamplitude und durch Erniedrigung der Strahlerordnung des Körpers zusammen zustande kommt. Der Ausgleich der Luft zwischen Innen- und Außenraum durch die F-Löcher spielt hierfür nur eine untergeordnete Rolle.

Nach den bisher vorliegenden Ergebnissen läßt sich die Auffassung, als ob sämtliche Geigen dieselben Körperschwingungsformen haben und die Klanggüte von der Körperschwingungsform unabhängig sei, nicht aufrecht erhalten.

Wir danken der Karlsruher Hochschulvereinigung für Zuschüsse zu den zu beschaffenden Apparaten, der Helmholtzgesellschaft für die Überlassung eines Oszillographen.

(Eingegangen am 20. Mai 1939.)

Zur Ableitung der Nachhallformel

Von K. Schuster

Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Breslau

In der Literatur[1]) wurde wiederholt darauf hingewiesen, daß in die Formel für die Nachhallzeit nicht unmittelbar der Schluckgrad a, sondern der „Schluckexponent" $a' = -\ln(1-a)$ eingeht. Der Unterschied zwischen a' und a wird nur bei größeren Schluckgraden merklich. Hier ergibt sich aber sogleich eine Schwierigkeit: Sobald nur an einer Stelle der Wand $a = 1$ ist, liefert die Nachhallformel die Nachhallzeit Null. H. und L. Cremer ziehen daher den Schluß, „daß für Fälle, wo die Verteilung der Schluckfähigkeit sehr einseitig oder sehr unterschiedlich ist, wie bei offenen Fenstern zwischen starren Wänden, die Nachhalltheorie eben versagt". Im folgenden soll gezeigt werden, daß in die Nachhallformel grundsätzlich nicht der Schluckexponent, sondern der Schluckgrad einzusetzen ist.

Wir betrachten zunächst den einfachen Fall, daß von der gesamten Raumoberfläche F nur das Flächenstück F_1 Schall absorbiert. Der Schluckgrad a von F_1 kann beliebig groß sein; er möge als vom Einfallwinkel unabhängig angenommen werden. Die statistische Ableitung der Nachhallformel geht von der Frage aus: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $w\Delta t$ dafür, daß innerhalb des Zeitelementes Δt ein Teilchen (Schallstrahl) auf die Fläche F_1 auftrifft? Machen wir die Annahmen der „gleichmäßigen" und der „allseitig gleichmäßigen" Schallverteilung[2]), so ergibt sich bekanntlich:

$$w\Delta t = \frac{cF_1}{4V}\Delta t. \tag{1}$$

Bisher benutzte man von hier aus folgenden Gedankengang: Setzen wir $w\Delta t = 1$, so stellt Δt das Zeitintervall dar, das im Mittel zwischen 2 aufeinanderfolgenden Zusammenstößen eines bestimmten Teilchens (Schallstrahls) mit dem Flächenstück F_1 liegt. Infolgedessen wird dann $\frac{1}{\Delta t} = \frac{cF_1}{4V} = n$ als die mittlere Anzahl Reflexionen in der Zeiteinheit gedeutet. Diese Zahl n schreibt man dem herausgegriffenen Teilchen zu, dessen mittleres Schicksal man verfolgt. Der zeitliche Verlauf der Teilchenenergie ergibt sich dann zu

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 (1-a)^{nt} = \varepsilon_0 \cdot e^{-[-\ln(1-a)]\cdot nt} = \varepsilon_0 \cdot e^{-a'nt}.$$

Der Sinn der Wahrscheinlichkeitsaussage (1) ist jedoch ein anderer: Wir haben es in Wirklichkeit nicht mit einem einzigen Teilchen, sondern mit einer großen Anzahl N von Teilchen zu tun. Zur Diskussion steht das mittlere Schicksal dieser Gesamtheit. Die aus (1) zu ziehende Folgerung muß demnach lauten: Die Anzahl der Teilchen, die im Zeitelement Δt auf das Flächenstück F_1 treffen, beträgt im Mittel

$$Nw\Delta t. \tag{2}$$

Es gibt spezielle Fälle, in denen der Nachhallvorgang durch das mittlere Schicksal eines einzigen Schallstrahles genau so gut beschrieben werden kann wie durch das mittlere Schicksal der Gesamtheit von Strahlen. Laufen beispielsweise zwischen 2 parallelen, in sich homogenen Wänden die Schallstrahlen (Teilchen) senkrecht zu den Wänden hin und her (eindimensionaler Nachhallvorgang), so ist die Anzahl der Reflexionen, die ein einzelnes Teilchen erlitten hat, in jedem Augenblick für alle Teilchen die gleiche. Die Zusammenfassung aller Strahlen kann daher nichts Neues liefern. Ersetzen wir in einem Gedankenversuch die eine der beiden Wände plötzlich durch eine völlig absorbie-

[1]) A. D. Fokker, Physica 4 (1924), S. 262; K. Schuster und E. Waetzmann, Ann. Physik 1 (1929), S. 671; C. F. Eyring, Acoust. J. 1 (1930), S. 217; H. und L. Cremer, Akust. Z. 2 (1937), S. 225 u. 296.

[2]) Vgl. H. und L. Cremer, a. a. O.

rende Wand, so sind nach einer Zeit, die einem einmaligen Hin- und Herlauf eines Teilchens entspricht, alle Teilchen aus dem Raume verschwunden: Die Nachhallzeit ist praktisch Null, wie sie sich aus der Formel für den einzelnen Strahl ergeben würde.

Im allgemeinen wird dagegen der Nachhallvorgang nur durch das mittlere Schicksal der Gesamtheit von Teilchen bestimmt sein. Befindet sich in einem Raum mit sonst vollkommen reflektierenden Wänden ein Flächenstück F_1, für das $a = 1$ ist, so erfolgt der Energieverlust für ein einzelnes Teilchen sprunghaft in dem Augenblick, in dem es die Fläche F_1 erreicht. Dieses Schicksal erleidet jedes Teilchen einmal; daher ist es durchaus in Ordnung, wenn sich die auf ein Teilchen bezogene Nachhallzeit zu Null ergibt. Die verschiedenen Teilchen erreichen aber die Fläche F_1 zu verschiedenen Zeiten. Die Abnahme der in dem Raum enthaltenen Gesamtenergie E erfolgt daher nicht in einem Schritt, sondern in N Schritten: Der resultierende Nachhallvorgang wird in diesem Fall nur durch das Schicksal der Gesamtheit richtig erfaßt.

Wir kehren jetzt zur Behandlung des oben gestellten Problems zurück: Von den N Teilchen, die sich in unserem Raum befinden, hat zu einer beliebigen Zeit t die Anzahl N_0 noch gar keinen Zusammenstoß mit dem Flächenstück F_1 erlebt; N_1 Teilchen haben 1 Reflexion an F_1 hinter sich usw., N_k Teilchen k Reflexionen. Im Augenblick des Abschaltens der Schallquelle mögen alle N Teilchen die gleiche Energie ε_0 besitzen. Die Teilchenenergie nach einer Reflexion ist dann $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \cdot (1 - a)$, allgemein ist die Teilchenenergie nach der $k$ten Reflexion $\varepsilon_k = \varepsilon_0 \cdot (1 - a)^k$. Entsprechend der Gleichung (2) treffen im Zeitelement Δt auf die Fläche F_1 auf:

$N_0 w \Delta t$ Teilchen von der Energie ε_0,

$N_1 w \Delta t$ Teilchen von der Energie ε_1,

. . . . . .

$N_k w \Delta t$ Teilchen von der Energie ε_k.

. . . . . .

Somit ergibt sich als Änderung der Gesamtenergie im Zeitelement Δt:

$$\Delta E = -a w \Delta t \sum_k^{0,\infty} N_k \varepsilon_k$$

$$= -a w \varepsilon_0 \Delta t \cdot \sum_k^{0,\infty} N_k (1-a)^k$$

und nach dem Grenzübergang

$$\frac{dE}{dt} = -a w \varepsilon_0 \cdot \sum_k^{0,\infty} N_k (1-a)^k. \tag{3}$$

Es ist jetzt weiter die zeitliche Änderung der Teilchenzahlen N_k zu bestimmen. Im Zeitelement Δt ändert sich die Teilchenzahl N_0 um den Betrag $\Delta N_0 = -N_0 w \Delta t$; also wird

$$\frac{dN_0}{dt} + w N_0 = 0 \tag{4a}$$

und allgemein

$$\frac{dN_k}{dt} + w N_k = w N_{k-1}, \tag{4b}$$

da ein Teilchen von der Energie ε_k entsteht, wenn ein Teilchen von der Energie ε_{k-1} verschwindet. Als Lösung von (4a) ergibt sich

$$N_0 = N \cdot e^{-wt}, \tag{5}$$

wobei $N = \sum_k^{0,\infty} N_k$ die Gesamtzahl aller Teilchen bedeutet. Die allgemeine Lösung von (4b) ist als ein Produkt von e^{-wt} und einem Polynom $k$ten Grades in t anzusetzen. Da zur Zeit $t = 0$ (Augenblick des Abschaltens der Schallquelle) die Teilchenzahlen N_k für $k \geq 1$ gleich Null sind, müssen innerhalb der Polynome die konstanten Glieder verschwinden. Aus der Rekursionsformel für die Koeffizienten folgt dann weiter, daß jeweils nur der Koeffizient von t^k von Null verschieden ist, so daß sich ergibt:

$$N_k = \alpha_k \cdot t^k \cdot e^{-wt}. \tag{6}$$

Mit diesem Ansatz liefert Gleichung (4b):

$$\alpha_k = \frac{w^k}{k!} \cdot N. \tag{7}$$

Durch Einsetzen in Gleichung (3) erhält man dann:

$$\frac{dE}{dt} = -a w \varepsilon_0 N \cdot e^{-wt} \cdot \sum_k^{0,\infty} \frac{w^k}{k!} \cdot t^k \cdot (1-a)^k.$$

Das Produkt $N \varepsilon_0$ stellt die Gesamtenergie E_0 zur Zeit $t = 0$ dar. Also wird

$$\frac{dE}{dt} = -a w E_0 \cdot e^{-wt} \cdot e^{w(1-a)t} = -a w E_0 \cdot e^{-awt}$$

$$E = E_0 \cdot e^{-awt} = E_0 \cdot e^{-\frac{caF_1}{4V} \cdot t}. \tag{8}$$

Setzen wir $E = E_0 \cdot e^{-2\delta t}$, so wird

$$2\delta = \frac{c\,a F_1}{4V}. \tag{9}$$

Legt man der Betrachtung das mittlere Schicksal der Gesamtheit von N Strahlen zugrunde, so tritt also in der Nachhallformel der Schluckgrad a auf. Eine theoretische Schwierigkeit im Falle $a = 1$ besteht dann nicht mehr.

Es läßt sich leicht zeigen, daß ganz entsprechend auch der allgemeinere Fall mehrerer absorbierender Flächenstücke F_1, F_2 usw. mit den Schluckgraden a_1, a_2 usw. behandelt werden kann. Das Endresultat lautet dann wie zu erwarten:

$$2\delta = \frac{c}{4V} \sum_s a_s F_s. \tag{10}$$

Für den Fall zweier absorbierender Flächenstücke sei der Gang der Rechnung im folgenden kurz angedeutet: Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß innerhalb des Zeitelements Δt ein Teilchen auf F_1 auftrifft, ist $w_1 \Delta t = \frac{c F_1}{4V} \Delta t$; ganz entsprechend gilt für die Fläche F_2: $w_2 \Delta t = \frac{c F_2}{4V} \Delta t$.

Ein Teilchen, das i Reflexionen an der Fläche F_1 und k Reflexionen an der Fläche F_2 erlitten hat, besitzt die Energie

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{00} \cdot (1 - a_1)^i \cdot (1 - a_2)^k.$$

Bezeichnet N_{ik} die Anzahl solcher Teilchen zur beliebigen Zeit t, so gilt

$$\frac{dE}{dt} = -(a_1 w_1 + a_2 w_2) \sum_i^{0,\infty} \sum_k^{0,\infty} N_{ik} \varepsilon_{ik}. \tag{11}$$

Das Vergehen und Entstehen der Teilchen ε_{ik} ist durch die Gleichung gegeben:

$$\frac{dN_{ik}}{dt} + (w_1 + w_2) N_{ik} = w_1 N_{i-1,k} + w_2 N_{i\,k-1}. \tag{12}$$

Mit dem Ansatz

$$N_{ik} = \alpha_{ik} \cdot t^{(i+k)} \cdot e^{-(w_1 + w_2)t} \tag{13}$$

ergibt sich die Rekursionsformel

$$\alpha_{ik} = \frac{w_1 \alpha_{i-1,k} + w_2 \alpha_{i,k-1}}{i + k}. \tag{14}$$

Beim Einsetzen zeigt sich, daß die Doppelsumme in Gleichung (11) weiter nichts darstellt als

$$E_0 \cdot e^{-(w_1 + w_2)t} \cdot e^{[(1-a_1)w_1 + (1-a_2)w_2]t},$$

so daß wir erhalten

$$E = E_0 \cdot e^{-(a_1 w_1 + a_2 w_2)t}. \tag{15}$$

Für die Dämpfung ergibt sich daher

$$2\delta = \frac{c}{4V}(a_1 F_1 + a_2 F_2). \tag{16}$$

Zusammenfassung

In den bisher üblichen statistischen Ableitungen der Nachhallformel wurde das mittlere Schicksal eines einzelnen Schallstrahles, d. h. der zeitliche Verlauf der Energie eines einzigen „Schallteilchens" verfolgt. Der Nachhallvorgang wird aber durch die Änderung der Gesamtenergie im Raume bestimmt. Für den zeitlichen Verlauf der Gesamtenergie sind die Anzahlen der Teilchen verschiedener Energie ausschlaggebend. Berücksichtigt man die zeitliche Änderung dieser Anzahlen, so tritt in der Nachhallformel nicht der Schluckexponent, sondern der Schluckgrad auf.

(Eingegangen am 25. Mai 1939.)

Über die Vibrationsempfindung

Von Georg v. Békésy

Mitteilungen aus dem K. ung. Telegraphentechnischen Versuchsamt, Budapest

(Mit 25 Textabbildungen)

1. Einleitung

Nachdem es für den Luftschall gelang, durch verhältnismäßig einfache Annahmen einen den praktischen Zwecken vollkommen genügenden objektiven Lautstärkemesser herzustellen und sogar Formeln zu finden, die aus dem zeitlichen Druckverlauf des Schalles die Lautstärke zu berechnen erlauben, so besteht nun auch das Bedürfnis, für die Körperschwingungen ähnliche Meßapparate und Formeln zu besitzen, die bis zu einem gewissen Grade die Vorausberechnung der auftretenden Schwingungsempfindung gestatten. Denn nur so ist es möglich, die Störschwingungen zielbewußt zu bekämpfen. Leider besteht bei den Schwingungsempfindungen die Schwierigkeit, daß nicht so wie beim Ohr immer nur ein einziges Organ gereizt wird, sondern daß je nach der Frequenz und der Schwingungsstärke nacheinander oder gleichzeitig mehrere Sinnesstellen gereizt werden können, wie z. B. die Druck- und Vibrationsempfindungen der Haut und die Gleichgewichtsorgane im Ohre. Trotzdem hat F. I. Meister[1]) bereits wertvolle Angaben zu dieser Frage geliefert. Im folgenden sollen zunächst nur die einfachsten Erscheinungen der Vibrationsempfindungen behandelt werden[2]).

2. Über die Ausbreitung der Schwingungen längs der Körperoberfläche

Um einen gewissen Anhaltspunkt darüber zu erhalten, bis zu welchen Entfernungen sich eine örtliche Deformation der Haut ausbreitet, wurde auf der Innenseite des Unterarmes in einer 15 cm langen Geraden in je 1 cm Abstand mit Tinte ein Punkt auf die Haut aufgetragen. Hierauf wurde der Nullpunkt um 1 cm in Richtung der Geraden verschoben und die Verschiebungen der übrigen Punkte beobachtet. Aus der Abb. 1 ist zu ersehen, daß in einer Entfernung von 14 cm vom Deformationspunkt die Verschiebung noch immer 10% beträgt. Es kann sich somit eine statische Deformation der Haut oft auf verhältnismäßig sehr große Entfernungen erstrecken.

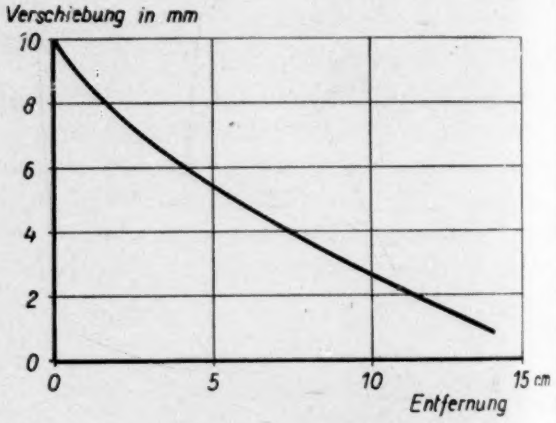


Abb. 1. Die Abnahme der Größe einer seitlichen Hautdeformation mit der Entfernung

In der Abb. 2 wurde ebenfalls auf der Innenseite des Unterarmes in der Nähe des Ellbogens ein Schwingungskörper von 1 cm² Druckfläche vertikal auf die Hautoberfläche aufgesetzt und für 800 und 200 Hz, mittelst eines sehr leichten elektrodynamischen Mikrophones die zur Oberfläche senkrechten Schwingungen der Haut bestimmt. Bei ganz lockeren Muskeln beträgt für 800 Hz die Dämpfung der Wellen längs der

[1]) F. I. Meister, Akust. Z. 2 (1937), S. 1, mit Literaturverzeichnis.

[2]) Zusammenfassende Darstellungen: D. Katz, Aufbau der Tastwelt, und M. v. Frey in J. Jadassohn, Handb d. Hautkrankheiten, Bd. I/2.

Oberfläche etwa 0,7 neper/cm. Für gespannte Muskeln nimmt die Dämpfung auf etwa 0,5 neper/cm ab. Mit abnehmender Frequenz nimmt die Dämpfung sehr stark ab, sie beträgt bei 200 Hz etwa 0,3 neper/cm.

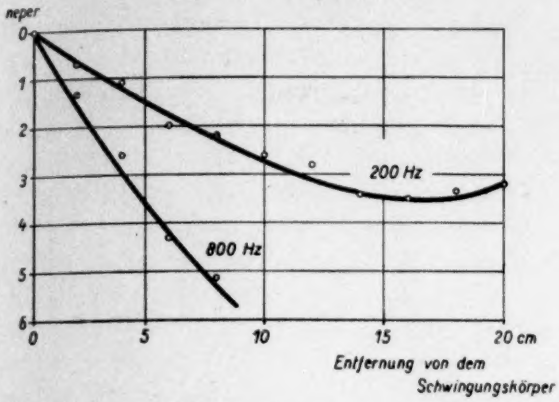


Abb. 2. Dämpfung der Oberflächenwellen der Haut, während ihrer Ausbreitung längs des Unterarmes (1 neper = 8,7 Decibel)

Die Messungen mit 200 Hz zeigten, wie es auch aus der Abb. 2 ersichtlich ist, daß die Schwingungsamplitude bei kleineren Dämpfungen nicht stetig abfällt, sondern von einer gewissen Entfernung an wiederum ansteigt. Dieser Anstieg zeigte sich immer in der Nähe der Gelenke. Bei Frequenzen unterhalb 100 Hz läßt sich der Schwingungsabfall längs des ganzen Armes verfolgen und auch hier zeigte es sich stets, daß in der Nähe der Gelenke die Schwingungsamplitude meist zunimmt.

Die Erklärung für diese Erscheinung ist aus der Abb. 3 ersichtlich, die das Knochengerüst des Armes darstellt. Werden z. B. die Schwingungen dem Handknochen zugeführt, so führt der untere Teil der Elle die größten Schwingungen aus. Wäre die Elle nicht mit dem Oberarm verbunden, sondern würde vollständig frei endigen, so würde sich die Elle um ihren Schwerpunkt drehen und das obere Ende etwa die gleichen Schwingungsamplituden aufweisen wie das untere. Da jedoch der obere Teil der Elle mit der zusätzlichen Masse des Oberarmknochens belastet ist, so rückt der Drehpunkt nach oben und nähert sich um so mehr dem Gelenk, je größer die Masse des Oberarmknochens ist. Da der Drehpunkt mit dem Gelenk nicht zusammenfällt, so zeigen die Knochen in den Gelenken die größten seitlichen Schwingungsamplituden. Man kann dies gut demonstrieren, wenn man zwei Messingstäbe durch ein Stück Leder gelenkartig miteinander verbindet und das eine Ende in Schwingung versetzt.

Diese Erscheinung trägt wesentlich dazu bei, daß bei starken Schwingungen die Vibrationsempfindung am stärksten in den Gelenken ausgeprägt ist, was besonders leicht an den Armen und Füßen beobachtet werden kann.

Da bei den Messungen in der Abb. 2 der Schwingungskörper sich in der Nähe des Ellenbogens befand und somit das andere Ende der Elle sich frei bewegen konnte, so folgt aus der oberen Kurve der Abb. 2, daß die Schwingungsamplitude des Knochens etwa um 3 neper kleiner ist als die der Haut in der Nähe des Schwingungskörpers.

Für die Untersuchung der Frage, was für Schäden bei der Betätigung mit stark schwin-

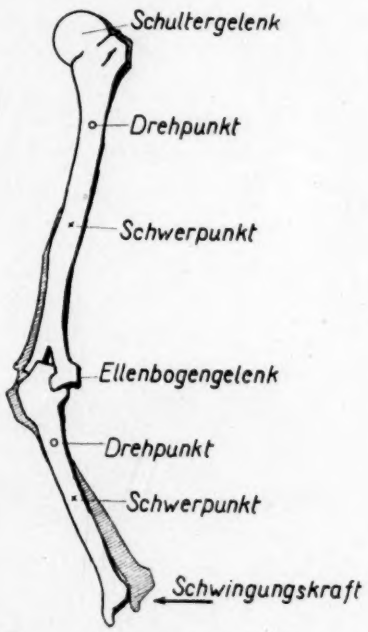


Abb. 3. Wegen der Massenträgheit zeigen die seitlichen Schwingungsamplituden in den Gelenken meist ein Maximum

genden Maschinen, z. B. Preßlufthammer, auftreten können, schien es notwendig, festzustellen, wie die tieferen Frequenzen bei der Ausbreitung

durch den Körper gedämpft werden. Zur Erzeugung der Schwingungen dienten hierbei ein kleinerer Elektromotor, dessen beide Achsenenden mit je einer exzentrischen Masse versehen wurden, so daß der Motor Kreisbewegun-

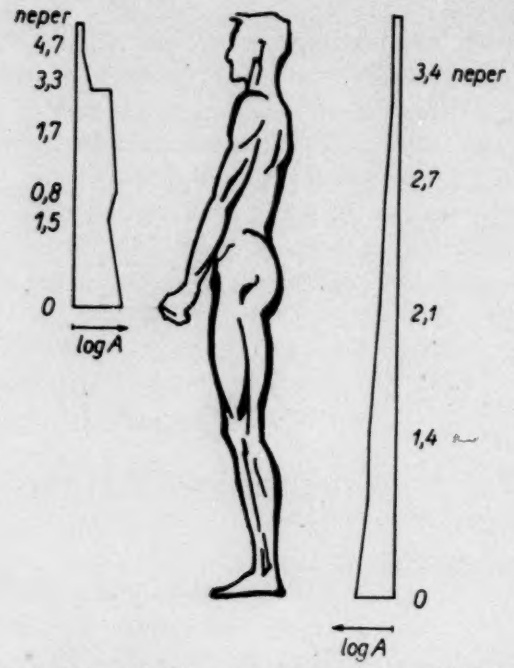


Abb. 4. Dämpfung der Schwingungen von 50 Hz längs der Körperachse, wenn sie einmal der Hand und dann der Fußsohle des stehenden Menschen zugeführt werden

gen von etwa 1,5 mm Amplitude ausführte. Die auf der Haut entstehenden Schwingungen wurden von einer ganz leichten Gummimembran aufgenommen und über ein Gummirohr einem Membranspiegelmanometer zugeführt. Das Membranmikrophon wurde auf die Meßfrequenz abgestimmt, damit seine Schwingungsimpedanz möglichst klein wird und den Hautbewegungen leicht folgen kann.

In der Abb. 4 links ist durch die Zahlen angegeben, um wieviel neper die Schwingungsamplituden kleiner sind als die des Motors, wenn man diesen fest in der Hand hält. Die nebenstehende Kurve gibt den Logarithmus der Schwingungsamplitude in den verschiedenen Körperhöhen an. Wie ersichtlich, tritt die stärkste Dämpfung der Handschwingungen durch das Schultergelenk ein.

Auf der rechten Seite gibt die Kurve den Logarithmus der Schwingungsamplitude und die Zahlen die Dämpfung für den Fall an, daß man mit beiden Füßen auf einem kleinen Brett steht, auf das der Schwingungsmotor befestigt ist. Unterhalb des Motors befand sich eine dickere Filzschicht, damit die Schwingungen nicht abgedämpft werden.

Die Messungen streuen ziemlich stark, je nach der Stellung und der Spannung der Muskel, doch werden in beiden Fällen bei 50 Hz die Schwingungen bis zum Kopfe nur auf etwa den 100. Teil geschwächt. Besonders auffallend ist die kleine Dämpfung längs des Rückgrades. Da die Wirbelsäule aus einer periodischen Folge von elastischen Knorpelscheiben und unelastischen Knochenscheiben besteht, so lag die Annahme nahe, daß die Wirbelsäule eine Mechanische Tiefpaßsiebkette darstellt und deswegen die tiefen Frequenzen in so geringem Maße gedämpft werden. Es wurde daher versucht, die Dämpfung der Wirbelsäule für einen größeren Frequenzbereich zu messen.

Da die Masse des Kopfes ganz bedeutend diejenige der Halswirbel übertrifft, und die Hals-

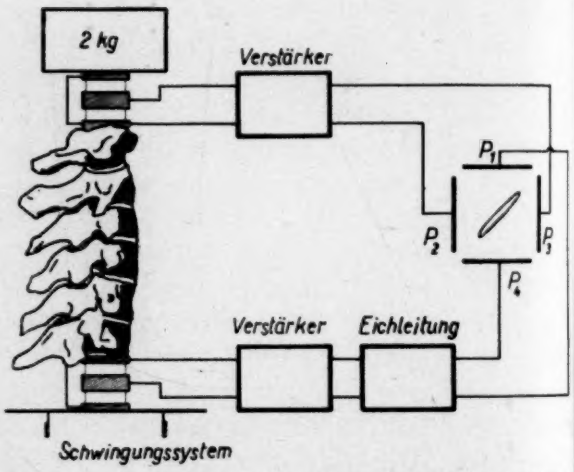


Abb. 5. Anordnung zur Messung der Schalldruckübertragung durch die Halswirbel

wirbel im Vergleich zu den Schädelknochen als nachgiebig bezeichnet werden müssen, so kann man mit guter Annäherung annehmen, daß die Schwingungen des Kopfes durch den auf ihn wirkenden Wechseldruck bestimmt sind. Um daher über die Dämpfung der Halzwirbel ein Urteil zu erhalten, wurde bestimmt, um wieviel der auf den Kopf wirkende Wechseldruck

vermindert wird, wenn zwischen einen schwingenden Körper und den Kopf die Halswirbel eingeschaltet werden.

Die Anordnung zur Messung der Schalldruckübertragung durch die Halswirbel ist in der Abb. 5 dargestellt[3]). Auf das unten befindliche elektrodynamische Schwingungssystem wurde eine gegen Eigenbewegungen unempfindliche Druckzelle[4]) gelegt, auf diese die 6 unteren Halswirbel, darauf wiederum eine Druckzelle obiger Bauart, und schließlich ein Gewicht von 2 kg. Die obere Druckzelle führte über einen Verstärker unmittelbar zu dem Plattenpaar einer Braunschen Röhre, während die untere Zelle über eine Eichleitung und Verstärker mit dem zweiten Plattenpaar der Braunschen Röhre verbunden wurde. Durch Verstellen der Eichleitung wurden die beiden Ausgangsspannungen einander gleich gemacht und daraus die Druckdämpfung der Zwischenschicht bestimmt.

Die erhaltenen Meßwerte sind in der Abb. 6 angegeben. Bei den tieferen Frequenzen tritt überhaupt keine Dämpfung ein. Eine Siebkettenwirkung mit einer Grenzfrequenz läßt sich nicht nachweisen. Vielmehr scheint sich die Wirbelsäule wegen ihrer Krümmung hauptsächlich seitlich durchzubiegen und entspricht

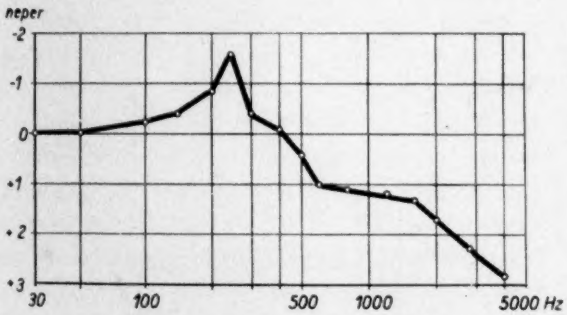


Abb. 6. Dämpfung der Schalldruckübertragung durch 6 Halswirbel

daher einer mit Masse belasteten Feder, deren Eigenfrequenz bei dieser Wirbelsäulenlänge zwischen 200 und 300 Hz liegt.

[3]) Vgl. E. Meyer und L. Keidel, Z. techn. Physik 18 (1937), S. 299; A. Schoch, Die physikalischen und technischen Grundlagen der Schalldämmung im Bauwesen.

[4]) Akust. Z. 4 (1939), S. 113.

Diese unerwartet geringe Dämpfung der Wirbelsäule auch im Gebiet der Tonfrequenzen dürfte erklären, wieso bei reiner Körperleitung oft starke Schädigungen des Gehörs auftreten können.

Ferner ist noch in der Abb. 7 dargestellt, wie sich die Stimmbandschwingungen von etwa 100 Hz längs der Oberfläche ausbreiten.

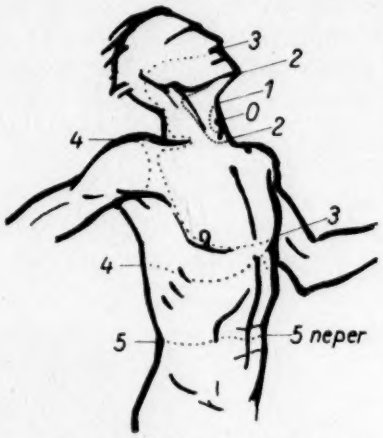


Abb. 7. Ausbreitung der Stimmbandschwingungen längs der Körperoberfläche

Will man die Ausbreitung der Schwingungen näher verfolgen, so erhält man ein ganz merkwürdiges Ergebnis, wenn man z. B. den mit Exzenterscheiben versehenen Motor in die Hand nimmt und den ganzen Arm stroboskopisch beleuchtet. Durch Verstellen der Knochen und Spannen der Muskel können ungewöhnliche Wellenbewegungen erhalten werden, welche darauf hinweisen, daß bei ganz lockeren Muskeln die elastischen Spannungen der Haut wesentlich die Wellen beeinflussen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen ist sehr stark frequenzabhängig. Für 150 Hz ergaben sich am Unterarm je nach der Spannung der Muskel Wellenlängen von 0,6—1,5 cm, d. h. Geschwindigkeiten von 90—225 cm/sec.

Hält man die innere Handfläche hohl, so daß die Haut ganz locker wird, so ergeben sich bei 200 Hz etwa Wellen von 5 mm Länge, die sehr wenig gedämpft sind und am Rande der Hand reflektiert werden. Es wird dann etwa das gleiche Wellenbild erhalten wie in einem Glas Wasser, wie die stroboskopischen Beobachtungen zeigen.

3. Über den Entstehungsort der Vibrationsempfindung

Es ist eine alte Streitfrage der Physiologie[5]), ob die Vibrationsempfindung in der Haut, den Muskeln oder in den Knochen wahrgenommen wird. Wegen der verhältnismäßig recht guten Schallausbreitung im Körper ist diese Frage schwer zu beantworten.

Für die Tastempfindung ist nun bekannt, daß nur ein Druckgefälle eine Wirkung auslöst. Am besten läßt sich dies mit dem berühmten MEISSNERschen Versuch[6]) zeigen, bei dem man den Finger in Quecksilber taucht. Trotz des großen

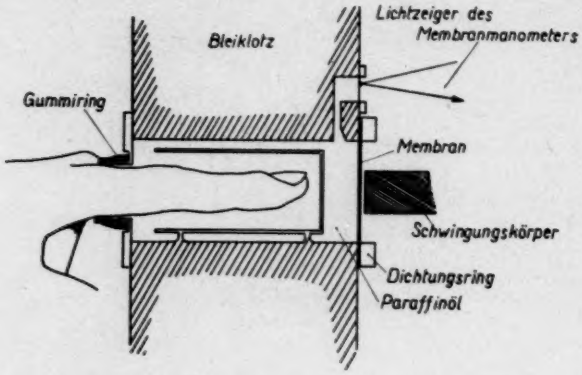


Abb. 8. MEISSNERscher Versuch für die Vibrationsempfindung

hydro statischen Druckes läßt sich an der untergetauchten Hautoberfläche überhaupt keine Druckeinwirkung wahrnehmen, solange man den Finger nicht bewegt. Ein Druckgefühl hat man nur an der Grenzschicht zwischen Quecksilber und Luft.

Um den gleichen Versuch auch für die Vibrationsempfindung wiederholen zu können, wurde, wie die Abb. 8 zeigt, ein größerer Bleiklotz durchbohrt und die Öffnung auf der einen Seite mit einer Membran versehen, während von der anderen Seite her der Zeigefinger in die Öffnung gesteckt werden konnte. Mit einem eng anliegenden Gummiring wurde der luftfrei mit Paraffinöl gefüllte Hohlraum abgedichtet. Bringt man nun einen elektrodynamisch bewegten Schwingungskörper mit der Membran in Berührung, so konnten bei 200 Hz und einem effektiven Schalldruck von 70 g-Gewicht/cm² an den Fingerspitzen gar keine Vibrationsempfindungen wahrgenommen werden. In der Nähe des Gummiringes in der Handwurzel, ja sogar im Ellenbogen traten jedoch starke Schwingungsempfindungen auf, die zum größten Teil dadurch entstehen, daß der Zeigefinger wie ein Kolben wirkt und der Flüssigkeitsdruck so auf die Hand übertragen wird. Bei Frequenzen unter 50 Hz werden diese Schwingungen besonders störend.

Da bei der Berührung mit einem schwingenden Körper die Empfindlichkeit der Fingerspitze um etwa 2 neper größer ist als an den übrigen Stellen der Hand, so spricht dieser Versuch dafür, daß auch für die Vibrationsempfindung ein Druckgefälle notwendig ist.

Um die bei der Berührung mit einem schwingenden Körper auftretende Druck- und Spannungsverteilung ermitteln zu können, ist es notwendig zu entscheiden, ob die Hautoberfläche, bestehend aus der Hornhaut, einer Fettschicht und den darunter liegenden Muskeln, als ein isotropes Medium aufgefaßt werden kann oder ob diese Vereinfachung nicht zulässig ist.

Wirkt bei einem isotropen Körper der Druck nur in einem Punkt auf einer ebenen Oberfläche, so lassen sich die entstehenden Deformationen berechnen[7]). So ist z. B. die vertikale Verschiebung v irgendeines Punktes der begrenzenden Ebene umgekehrt proportional dem Abstand r des beobachteten Punktes von dem Druckpunkt, d. h. $v\,r = \text{konst.}\ P$, wenn P die Last darstellt. Drückt man daher auf eine ursprünglich vollkommen ebene Fläche eines isotropen Körpers senkrecht zur Oberfläche eine Nadel ein, so entsteht eine Einsenkung, die der Rotationsfläche einer Hyperbel entspricht. Die Hyperbel kann man gut sichtbar machen, indem man mit einem parallelen Lichtstrahlbündel einen scharfen Schlagschatten der Nadel auf die gekrümmte Oberfläche entwirft. Bei elastischen Stoffen wie Glyzerin-Gelatine[8]) ließ sich die Hyperbel sehr gut nachweisen.

[5]) M. v. FREY, a. a. O.; D. KATZ, a. a. O.; HAUSMANN, Z. Biol. 94 (1933), S. 264.

[6]) MEISSNER, Z. rat. Med., 3. Reihe 7 (1859), S. 99.

[7]) A. E. H. LOVE-A. TIMPE, Lehrbuch der Elastizität. Teubner, Leipzig 1907, S. 225.

[8]) Akust. Z. 2 (1937), S. 223.

Führt man jedoch den gleichen Versuch z. B. auf dem locker gehaltenen zweiköpfigen Oberarmmuskel aus, so stellt der Schlagschatten, wie auf der unteren Aufnahme der Abb. 9 zu sehen

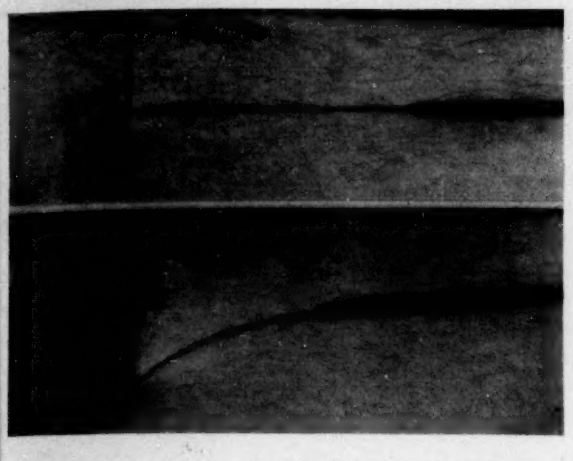


Abb. 9. Schlagschatten einer die Haut berührenden und eindrückenden Nadel als Beweis dafür, daß das System Haut—Muskel keinen isotropen Körper darstellt

ist, keine Hyperbel dar. Je dicker die Hornhaut ist, um so mehr weicht die Kurve von der Hyperbel ab. Da immer das gleiche Bild erhalten wurde, so folgt daraus, daß das System Haut—Muskel nicht als ein isotropes Medium aufgefaßt werden kann.

Wirkt die Nadel auf eine größere gespannte Gummimembran ein, so entsteht eine Parabel. Eine der Haut entsprechende Kurve ließ sich nur dann erhalten, wenn über die weiche Glyzerin-Gelatineschicht eine Gummimembran gespannt wurde. Dies zeigt, daß die Haut eine größere Steifigkeit besitzt wie der Muskel. Man kann dies auch dadurch bestätigen, daß beim kräftigen Anspannen der Muskel in der Abb. 9 eine deutliche Annäherung an die Hyperbel eintritt. Auch bei stroboskopischen Beobachtungen besonders des Oberarmes, hatte man oft den Eindruck, wie wenn die Haut einen Schlauch bilden würde, in dem sich der Muskel verschiebt.

Da somit die Haut eine größere Steifigkeit besitzt wie die darunterliegenden Schichten, so verschiebt sie sich bei einer Krafteinwirkung gegenüber diesen, und es scheinen diese Verschiebungen zwischen der Haut und der darunterliegenden Schicht für die Vibrationsempfindung eine große Rolle zu spielen.

Hieraus folgt z. B., daß bei der Berührung der Haut mit einem, mit konstanter Amplitude schwingenden Körper, die Vibrationsempfindung um so größer wird, je tiefer der Schwingungskörper in die Haut gedrückt wird. Denn wie aus der Abb. 10 ersichtlich, ist bei gleicher Schwingungsamplitude die Flächenvergrößerung der Haut in dem Falle *a*, bei ebener Haut ganz bedeutend kleiner als im Falle *b*, wo die Haut an dem Rande des Schwingungskörpers jeweils um die Größe der Schwingungsamplitude gedehnt wird. Am Daumenballen läßt sich dies sehr schön zeigen. Klebt man einen zylindrischen Schwingungskörper von 0,5 cm² Druckfläche auf die Hautoberfläche, so kann durch Eindrücken und Wegziehen die Vibrationsschwelle oft um mehr als 2 neper verbessert werden, während bei ebener Haut ein sehr deutliches Minimum der Empfindungsstärke auftritt. Am Oberarm, wo die Haut nicht so fest auf dem Muskel aufliegt wie beim Daumenballen,

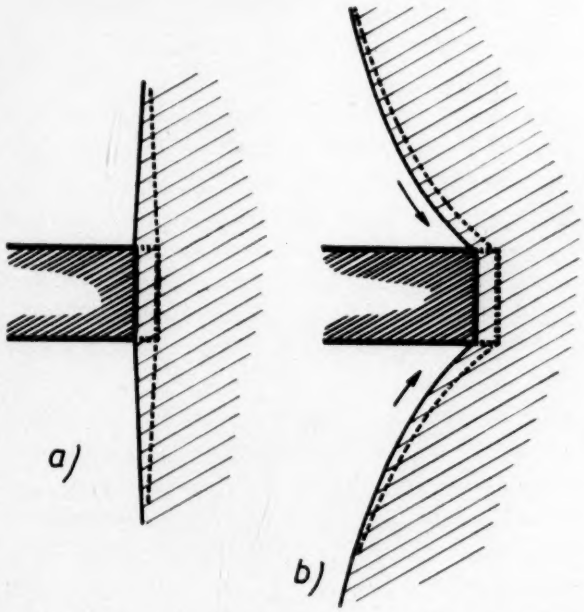


Abb. 10. Durch Eindrücken eines schwingenden Körpers in die Hautoberfläche werden die Relativverschiebungen zwischen der Haut und der Unterlage vergrößert

nimmt beim Abheben der Haut die Vibrationsstärke sehr stark ab, da die Reibung mit der unteren Schicht aufhört. Auch zeigt es sich im allgemeinen, daß die Vibrationsstärke um so kleiner wird, je weicher die Unterlage der Haut

ist, so daß durch Anspannen der Muskel immer eine Empfindlichkeitserhöhung erhalten werden konnte.

Für die Bedeutung der Relativverschiebung spricht auch, daß die Vibrationsschwelle im Mittel ihre Größe beibehält, gleichgültig, ob der Schwingungskörper Schwingungen vertikal oder parallel zur Hautoberfläche ausführt. Insbesondere an den Fingerspitzen ist beim losen Auflegen die Empfindlichkeit für seitliche Schwingungen größer.

Da sich nun beim Abheben der Haut von der Unterlage, ausgenommen an der Hand, meist eine sehr deutliche Empfindlichkeitsverminderung ergab, so war es wahrscheinlich, daß trotz der starken Ausbreitung der Schwingungen längs der Hautoberfläche, doch in erster Linie die Stellen zur Vibrationsempfindung beitragen, die von dem Schwingungskörper auf die Unterlage gedrückt werden. Dies konnte gut an Hautflächen gezeigt werden, bei denen infolge von Operationen eine Durchtrennung der Hautnerven eintrat, so daß keine Tastempfindungen mehr vorhanden waren. Untersucht man mit einer schwingenden Nadel die Reizschwelle, so ergibt sich, daß die Empfindlichkeit an Stellen, die sich etwa 2—3 mm von der Grenzschicht der gesunden Haut entfernt befinden, um 2—4 neper vermindert ist.

Gleichzeitig konnte festgestellt werden, daß die Vibrationsempfindung an der verletzten Stelle einen ganz anderen Charakter hat wie die der normalen Haut. Bei Schwingungen von 200 Hz z. B. ist die normale Vibrationsempfindung der Haut ziemlich gut lokalisierbar. An der verletzten Stelle jedoch trat eine Vibrationsempfindung auf, bei der gleichsam der ganze Muskel zu schwingen schien, wobei die Tonhöhe ganz bedeutend tiefer lag als bei den einige mm weit davon entfernten normalen Hautstellen. Dies spricht dafür, daß neben der Vibrationsempfindung der Haut auch noch eine der Muskel vorhanden ist.

Auch an der normalen Haut lassen sich die beiden Vibrationsempfindungen besonders bei 200 Hz leicht voneinander trennen. Denn nimmt man an Stelle der Nadel einen flachen Druckkörper von etwa 2 cm Druckfläche und drückt ihn fest auf einen größeren Muskel, so verblaßt bei passender Schwingungsamplitude die Hautempfindung innerhalb 2—4 sec, und es bleibt dann nur die ganz andersartige Muskelempfindung übrig, wobei eine deutliche Tonhöhenvertiefung eintritt. Wählt man als Schwingungskörper eine kräftige Filzschicht, so gelingt dieser Versuch überall, ausgenommen am Unterarm und der Hand, wo die Hautempfindlichkeit so groß ist, daß sie meist die Muskelempfindung verdeckt. Führt man diesen Versuch unmittelbar neben der operierten Hautstelle aus, so zeigt der Vergleich, daß nach eingetretener Ermüdung der Haut die normale und operierte Stelle einen vollkommen gleichen Charakter der Vibrationsempfindung aufweisen.

Drückt man einen Schwingungskörper von etwa 4 mm² Druckfläche gegen die Innenseite des Schienbeines, wo die Haut unmittelbar auf den Knochen aufliegt, so lassen sich durch die verschiedene Stärke der Ermüdung ebenfalls die Haut- und Knochenvibrationsempfindung trennen. Doch ist die Untersuchung sehr viel schwieriger, da der Unterschied in der Tonhöhe sehr viel kleiner ist.

4. Über die Druck- und Vibrationspunkte

Bereits M. Blix[9]) hat festgestellt, daß die Empfindlichkeit gegenüber einer Druckeinwirkung nicht gleichmäßig längs der Hautoberfläche verteilt ist, sondern es gibt einzelne Punkte, in der Nähe der Haarwurzeln, auf die sich die Druckempfindlichkeit konzentriert. Um diese Druckpunkte zu untersuchen, bediente sich M. v. Frey[10]) eines sog. Reizhaares. Dieses besteht aus einem etwa 2—3 cm langen Haar, dessen eines Ende senkrecht auf einen kleinen Stab geklebt wird, während das andere Ende ebenfalls senkrecht auf die Haut gedrückt wird. Bei zunehmendem Druck auf dem Stab nimmt die Druckstärke auf der Haut zu, jedoch nur bis die Knickfestigkeit des Haares erreicht wird, da dann bei einem noch so starken Durchbiegen

[9]) M. Blix, Z. Biol. 21 (1885), S. 154.
[10]) M. v. Frey, a. a O.

des Haares keine weitere Drucksteigerung mehr eintritt. Bei richtiger Wahl der Länge und Dicke des Haares läßt sich so eine Serie von Stäben herstellen, deren Maximaldrucke sich mit einer Waage leicht ausmessen lassen.

Es ist dabei zweckmäßig, die Reizhaare möglichst gut auszurichten, denn wie die obere Zeichnung der Abb. 11 zeigt, wird in diesem Falle der maximale Druck von der Durchbiegung des Haares weitgehend unabhängig,

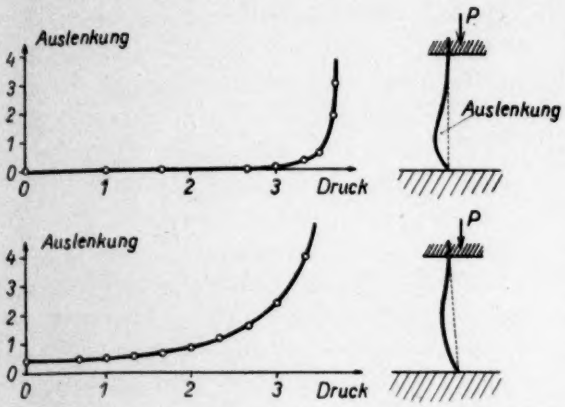


Abb. 11. Herstellung bekannter maximaler Drucke mittelst der Knickfestigkeit eines Stabes

während bei einem bereits vorgekrümmten Haare, wie die untere Zeichnung zeigt, der Druck von der Durchbiegung des Haares abhängt und nur bei großen Durchbiegungen konstant wird.

Ist das eine Ende des Haares, wie die Abb. 11 andeutet, fest eingespannt, das andere dagegen frei und bedeutet r den Radius, l die Länge und E den Elastizitätsmodul des Haares, so ergibt sich für die Knickfestigkeit

$$P_{max} = \frac{\pi^3 E r^4}{2 l^2}.$$

Man kann somit durch Änderung der Länge l in bequem meßbarer Weise den maximalen Druck verändern. Wir benutzten daher für unsere meist relativen Druckmessungen nur ein Reizhaar, das von einer kleinen Pinzette festgehalten wurde und dessen freie Länge nach Bestimmung der Reizschwelle abgemessen wurde. Wie Nachmessungen mit einer kleinen Federwaage zeigten, gelang es immer, genügend gleichmäßige Haare zu finden (Violinbogen), die eine Berechnung der Änderung des Maximaldruckes aus den Längenänderungen erlaubten.

Um auch die Vibrationsempfindung punktförmig untersuchen zu können, wurde ein etwa 1 cm langes stärkeres Haar an den Schwingungsteil eines CREEDschen elektromagnetischen Lautsprechersystems angeklebt und dafür gesorgt, daß das Haar möglichst nur in seiner Längsachse schwingt.

M. v. FREY[11]) hat nun mittels eines, an dem Stiel einer Stimmgabel befestigten Reizhaares gezeigt, daß es auch für die Vibrationsempfindung Punkte an der Hautoberfläche gibt, die ähnlich den Druckpunkten eine maximale Empfindlichkeit zeigen. Da die Druckpunkte und die Vibrationspunkte räumlich immer zusammenfielen und in die Nähe der Haarwurzel zu liegen kamen, so schien es damit bewiesen, daß die Vibrationsempfindung und die Druckempfindung trotz ihrem so verschiedenen Charakter doch von demselben Nervensystem erzeugt werden.

Aus dieser Feststellung wurde nun gefolgert, daß an allen Stellen der Hautoberfläche das Verhältnis zwischen der Druck- und Vibrationsempfindlichkeit konstant sein muß. Bis zu einem gewissen Grade konnte dies bestätigt werden, denn tatsächlich ist der Empfindlichkeitsunterschied zwischen der Fingerkuppe und dem Unterarm im Mittel für beide Empfindungen der gleiche. Für die einzelnen Druckpunkte ließ sich jedoch diese Parallelität der beiden Empfindungen nicht nachweisen. Es liesen sich besonders auf der Außenseite des Unterarmes leicht Punkte finden, die bei konstanter Druckempfindlichkeit in der Vibrationsschwelle einen Unterschied von mehr als 2 neper zeigten. Bei dem auf dem Schwingungskörper befestigten Reizhaar gelingt es oft, die Schwingungsamplitude so einzustellen, daß an gewissen Stellen der Hautoberfläche die Druckempfindung von der Vibrationsempfindung vollständig verdeckt wird, während an einer etwa 0,5 mm weiter entfernten Stelle überhaupt keine Vibration empfunden wird, sondern nur der Druck beim Aufsetzen des Reizhaares. Trifft man richtig den Vibrationspunkt, so wird oft die Vibrationsempfin-

[11]) M. v. FREY, Z. Biol. 65 (1915), S. 419.

dung so stark, daß z. B. der ganze Finger zu schwingen scheint. Es ist dann besonders auffallend, wenn durch Verschiebung des Reizhaares um einige Zehntelmillimeter die ganze Empfindung aufhört.

Diese Beobachtungen sprechen dafür, daß dem Druck- und der Vibrationsempfindung je ein gesondertes Nervensystem entspricht. Unterstützt wird dies auch noch dadurch, daß der kleinste Abstand bei dem noch zwei Tasteinwirkungen räumlich voneinander getrennt werden können, für die Tastempfindung ganz bedeutend kleiner ist als für die Vibration. Denn stellt man die beiden Spitzen eines Zirkels so ein, daß deutlich zwei Druckeinwirkungen auftreten, so erhält man für den mit etwa 200 Hz schwingenden Zirkel nur eine einzige Vibrationsempfindung in der Mitte zwischen den beiden Spitzen. Es gelang nun bei mehreren Beobachtern auf der Außenseite des Unterarmes nachzuweisen, daß der Druckpunkt und der Vibrationspunkt örtlich nicht zusammenfallen, denn es liegt der Vibrationspunkt von der Eintrittsstelle des Haares in die Haut etwas weiter entfernt wie der Druckpunkt. Beide Punkte liegen dabei ganz genau oberhalb der durchscheinenden in die Haut eindringenden Haarwurzel. Bei den meisten Beobachtern waren an jedem kräftig ausgebildeten Haare die beiden Empfindungspunkte voneinander zu trennen. Was um so leichter gelingt, je flacher das Haar in die Haut eindringt. Die Abb. 12 zeigt, wie sich in der Nähe der Haarwurzel die Reizschwelle für die Druckempfindung und die Vibrationsempfindung längs der Hautoberfläche in der Richtung der Haarwurzel ändert.

Aus diesen Messungen ist zu folgern, daß unmittelbar unterhalb der Talgdrüse die Nervenendigungen für die Druckempfindung und am Ende des Haares, in der Nähe der Haarpapille, die Nervenendigungen der Vibrationsempfindung zu suchen sind. Daß es für die beiden so verschiedenen Empfindungen auch zwei getrennte Nervensysteme gibt, kann man auch dadurch nachweisen, daß es bei vielen Beobachtern in sehr vielen Fällen gelingt, das Haar so herauszureißen, daß die Druckempfindung unversehrt bestehen bleibt, während mit der Haarpapille gleichzeitig auch die Vibrationsempfindung entfernt wird. In der untersten Zeichnung der Abb. 12 stellt die ausgezogene Kurve die Vibrationsschwelle im normalen Zustand dar, während die punktierte Kurve nach dem Entfernen des Haares erhalten wurde. Es ist deutlich zu sehen, daß das Maximum an der Stelle der Haarpapille verschwunden ist und

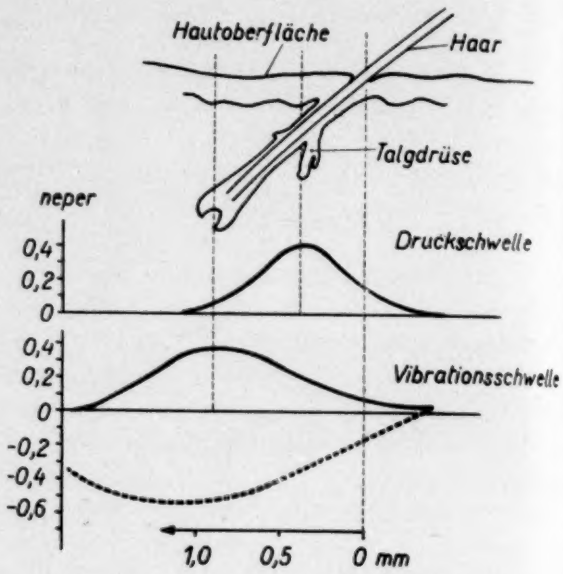


Abb. 12. Die räumliche Trennung der Druck- und Vibrationsempfindung längs der Hautoberfläche

nun die Vibrationsempfindlichkeit nach beiden Seiten zunimmt, um bei den benachbarten Haaren wieder ein Maximum zu erreichen.

Nachdem so physiologisch der Entstehungsort der Vibrationsempfindung bestimmt wurde, ist nun auch anatomisch die Existenz dieser beiden Nervenendigungen nachzuweisen.

Von den der Druckempfindung entsprechenden Nerven sind leicht Abbildungen zu finden[12]). Sie umschließen ringförmig ganz kurz unterhalb der Talgdrüse den ganzen Haarbalg. Die in der Papille befindlichen Nervenendigungen werden zwar an verschiedenen Stellen[13]) erwähnt, doch ließen sich nur zwei Abbildungen von ihnen

[12]) J. JADASSOHN, Handb. d. Hautkrankheiten, Bd. I/2, S. 122.

[13]) W. v. MÖLLENDORF, Handb. d. mikroskop. Anatomie des Menschen, Bd. 3.

finden[14]). Dies hängt damit zusammen, daß sich diese Nervenfasern sehr schwer färben lassen. In der Abb. 13 sind die von G. RETZIUS, einem der zuverlässigsten Anatomen, gezeichneten beiden Nervenfasern des Haares dargestellt. Links ist die ringförmige Ausbreitung der Nervenfasern um den Haarbalg herum deutlich zu sehen, während rechts die in die Haarpapille eindringenden Fasern dargestellt sind. Beide Abbildungen stellen nur die Nervenfasern dar, auf denen der Reiz weitergeleitet wird, während es bis jetzt noch nicht gelang, die eigentlichen Endorgane zu färben, in denen der Druck bzw. die Vibration in elektrische Spannungen umgewandelt wird, die dann über die Nervenfasern weitergeleitet werden.

Soweit aus der Literatur zu ersehen ist, hat man sich mit den Nervenendigungen in der Haarpapille noch gar nicht richtig befaßt, und es wurde ihnen daher auch noch nicht eine besondere Aufgabe oder Empfindung zugeschrieben.

An den Flächen, die einer dauernden Reibung ausgesetzt sind, wie z. B. die innere Seite der Hand, fehlen die Haare, so daß sich die Nervenfasern nicht mehr an sie anschmiegen können und daher einen kleinen Knäuel, sog. MEISSNERsche Körperchen, bilden. Ob sich in einem solchen Knäuel auch zwei verschiedene Nervensysteme befinden, läßt sich gegenwärtig noch nicht endgültig entscheiden, denn an den unbehaarten Stellen befinden sich die Nervenendigungen so nahe beieinander, daß eine örtliche Trennung nicht möglich ist, da die Hautdeformation, die eben eine Reizwirkung erzeugt, bereits so groß ist, daß immer mehrere Nervenendigungen gereizt werden. Eine gewisse Wahrscheinlichkeit besteht jedoch insofern, als die Druckempfindlichkeit und die bei 20 Hz gemessene Vibrationsempfindlichkeit nicht parallel laufen und es vorkam, daß an zwei Punkten, deren Vibrationsempfindlichkeit sich um 0,5 neper unterscheidet, der Unterschied der Druckempfindlichkeit 1,5 neper betrug.

[14]) G. RETZIUS, Biologische Untersuchungen, N. F. VI. Stockholm 1894, S. 62 u. Taf. XXV; W. SZYMONOWICZ, Arch. mikrosk. Anatomie 74 1909), S. 634.

5. Über die Frequenzabhängigkeit der Vibrationsschwelle

Die Frequenzabhängigkeit der eben wahrnehmbaren Schwingungsamplitude wurde für den Finger von VERN. O. KNUDSEN[15]), W. SETZEPFAND[16]), A. HUGONY[17]) und H. PIERON[18]) bestimmt, während B. SCHINDLER[19]) für den Daumenballen die kleinste Schalldruckeinwirkung untersuchte, die noch eine Vibrationsempfindung ergibt. F. I. MEISTER[20]) bestimmte schließlich die Schwelle für den auf einer schwingenden Platte stehenden oder liegenden Menschen. Bereits die Messungen von VERN. O.

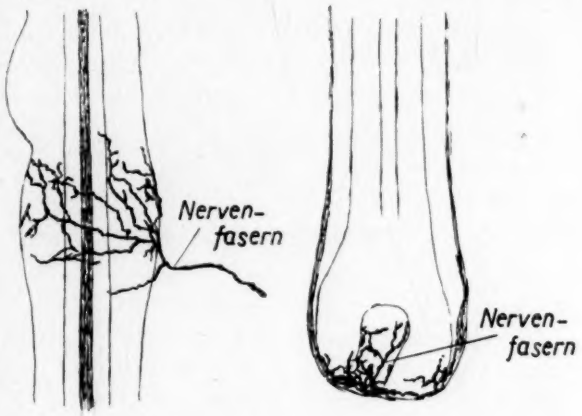


Abb. 13. Die Nervenfasern am Hals und am Ende des Haarbalges

KNUDSEN haben dabei ergeben, daß in der Umgebung von 200 Hz ein ganz deutliches Empfindlichkeitsmaximum vorhanden ist. Es fragt sich nun, ob dieses Empfindlichkeitsmaximum eine allgemeine Erscheinung ist oder, besonders beim Finger, rein mechanisch etwa durch eine Resonanz oder dadurch entsteht, daß mit tiefer werdender Frequenz der Finger wegen seiner verhältnismäßig kleinen Masse immer mehr die Bewegungen des Schwingungskörpers mitmacht

[15]) V. O. KNUDSEN, J. gen. Psychol. 1 (1928), S. 320.

[16]) W. SETZEPFAND, Z. Biol. 96 (1935), S. 236.

[17]) A. HUGONY, Z. Biol. 96 (1935), S. 548.

[18]) H. PIERON, L'année psychologique 37 (1935), S. 82.

[19]) B. SCHINDLER, Z. Biol. 97 (1936), S. 113.

[20]) F. I. MEISTER, Forschg. 1935, S. 116.

und daher der durch den Schwingungskörper ausgeübte Druck immer kleiner wird. Da sich die Amplitudenschwelle ganz bedeutend verändert, wenn man den Finger fixiert, indem man den Fingernagel mit einer größeren Masse in Berührung bringt, so ist die Bedeutung des Mitschwingens bei der Schwellenbestimmung offensichtlich.

Um den Einfluß dieser Erscheinungen auf die Frequenzabhängigkeit übersehen zu können, ist es notwendig festzustellen, ob die Vibrationsempfindung durch den Vibrationsdruck oder durch die Deformationsgröße der Haut bestimmt wird. Eine Möglichkeit dazu besteht darin, daß man die Vibrationsschwelle an Hautstellen bestimmt, deren mechanische Impedanz verschieden ist, denn auf diese Weise gelingt es bei gleicher Deformationsgröße, verschiedene Druckwirkungen auf die Haut zu erhalten. Um die zweckmäßigsten Hautstellen aufzufinden, wurde daher eine Anordnung zur Messung mechanischer Impedanzen zusammengestellt. Da die Eigenschaften der Haut zeitlich stark veränderlich sind, muß die Impedanz möglichst ohne Rechnung augenblicklich angezeigt werden.

Die benutzte Anordnung ist in der Abb. 14 dargestellt. Sie besteht aus einem Aluminiumrohr, das mittels der Schwingspule S auf elektrodynamischen Wege in Schwingungen versetzt wird. Die beiden Membranen M_1 und M_2 oder entsprechend gespannte Stahldrähte sorgen dafür, daß die Aluminiumröhre nur Parallelverschiebungen ausführt. Das obere Ende der Aluminiumröhre trägt einen piezoelektrischen Druckmesser, der unmittelbar den Druck an der Oberfläche des Schwingungskörpers anzeigt, während an das untere Röhrenende eine in einem Magnetfeld schwingende Spule befestigt ist, die die Geschwindigkeitsamplitude der Schwingungen mißt. Beide Meßspannungen wurden über Eichleitung und Verstärker an die beiden Plattenpaare P_1 und P_2 einer Kathodenstrahlröhre geführt. Die entstehende elliptische Schwingung des Elektronenstrahles wurde zur Impedanzbestimmung benutzt. Stellt man mittels einer Eichleitung den Strom der Spule S so ein, daß die Geschwindigkeitsamplitude immer einen konstanten Wert hat und damit die horizontale Schwingung im Oszillographen immer G beträgt, so gibt der Druck, d. h. die vertikale Schwingung im Oszillographen unmittelbar den absoluten Wert der Impedanz an, den man an einer entsprechenden vertikalen Skala im Oszillographen unmittelbar ablesen kann.

Um auch die Phase zwischen Druck und Geschwindigkeit bestimmen zu können, stellt man zweckmäßig die Eichleitung für den Druck so ein, daß im Oszillographen die vertikalen und

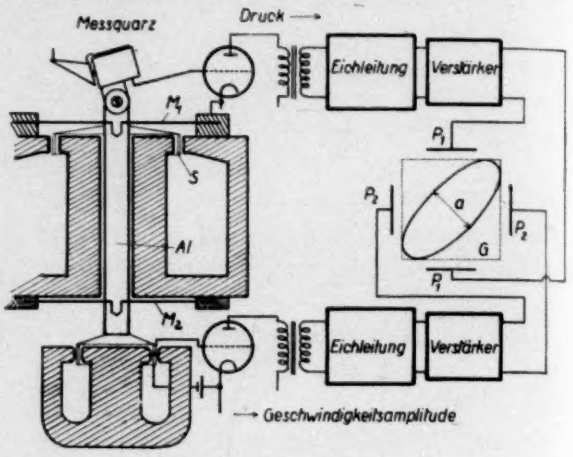


Abb. 14. Anordnung zur Messung mechanischer Impedanzen

horizontalen Schwingungen einander gleich werden. Es setzten sich dann die Schwingungen zu einer Ellipse zusammen, die immer in demselben Quadrat liegt. Bedeutet nun a die kleine Achse dieser Ellipse und G die Seitenlänge des Quadrates, so ist der Phasenwinkel zwischen den beiden Schwingungen gegeben durch

$$\sin\frac{\varphi}{2}=\frac{a}{\sqrt{2}G}.$$

Begnügt man sich mit einer Genauigkeit von 3%, so kann man dafür setzen $\varphi = 0{,}97\,\frac{a}{G}\cdot 90^0$, so daß aus der Breite der Ellipse unmittelbar auch die Phase abgelesen werden kann, wenn die beiden Verstärker für den Druck und die Geschwindigkeitsamplitude einander vollkommen gleich sind, so daß sie selbst keine Phasenverzerrung bewirken. Trifft dies nicht zu, so wird auf den Druckmesser eine Masse aufgeschraubt und mittels eines nach dem Verstärker

geschalteten Phasendrehers für die betreffende Frequenz die Phase so eingestellt, daß die Ellipse zu einer in der Diagonalen liegenden geraden Linie zusammenschrumpft.

Der piezoelektrische Druckmesser bestand, wie die Abb. 15 zeigt, aus einem kräftigen Metallgehäuse, in dessen Innern sich zwei Quarzscheiben von etwa 4 mm Durchmesser befanden. Die beiden Quarzscheiben und die zugehörigen Elektroden wurden durch eine rechtwinklig gebogene Feder zusammengehalten und an die

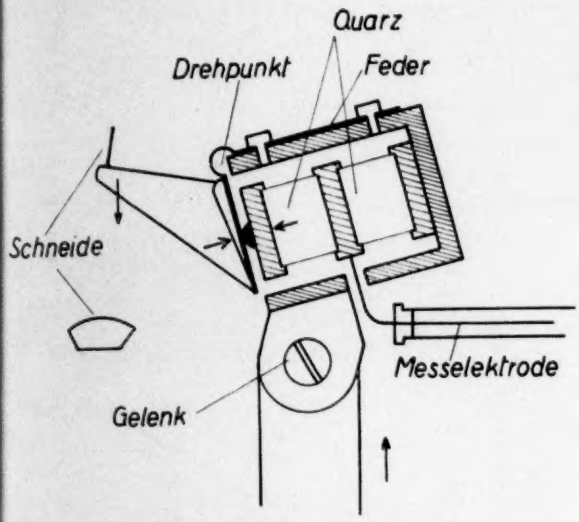


Abb. 15. Gegenüber Eigenbewegungen unempfindlicher piezoelektrischer Druckmesser

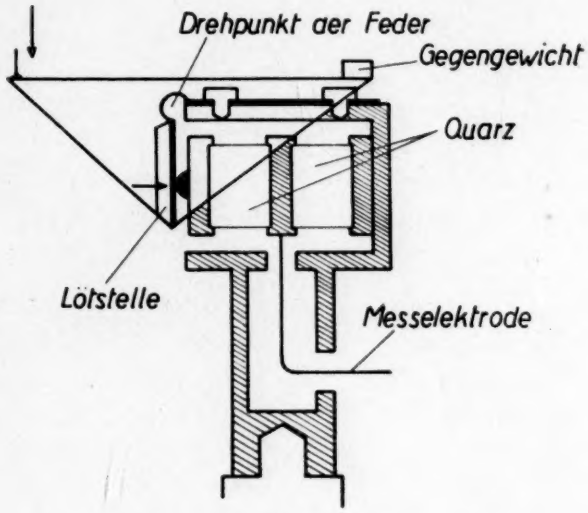


Abb. 16. Das gleiche wie Abb. 15

rechte Seite des Gehäuses gedrückt. An dem abwärts gebogenen Teil der Feder wurde aus zwei dreieckförmigen Blechplatten ein steifer Hebelarm ausgebildet, an dessen äußersten Ende eine Schneide befestigt wurde. Wird auf diese Schneide ein Druck ausgeübt, so wird dieser Druck in etwas vergrößertem Maßstabe auf die Quarzplatten übertragen, wozu die Feder an der Knickstelle entsprechend geschwächt wurde, um als Gelenk zu dienen. Der Druck auf die Quarzplatten erzeugt eine Spannung zwischen der mittleren und den beiden äußeren geerdeten Elektroden, die dem Druck auf der Schneide proportional ist.

Wird nun diese Anordnung auf das längs seiner Achse schwingende Aluminiumrohr aufgesetzt, so entsteht auch ohne Belastung der Schneide eine Spannung, da die Schneide mit dem Hebelarm eine Masse darstellt, bei deren Beschleunigung immer ein Druck auftritt. Man kann diese Störspannung jedoch leicht kompensieren. Denn bewegt sich die Anordnung, wie die Abbildung zeigt, nach oben, so werden durch die Massenkräfte der Schneide die Quarzplatten zusammengedrückt. Gleichzeitig treten jedoch auch in den Elektroden und den Quarzplatten Massenkräfte auf, die sie zu dehnen suchen und um so größer werden, je mehr die Achse der Quarzplatten nach unten geneigt wird. Durch entsprechendes Neigen des Druckmessers, wozu das Gelenk am Ende der Aluminiumröhre dient, gelingt es daher leicht, die Massenkräfte gegenseitig zu kompensieren.

Eine andere Ausführungsform zeigt die Abb. 16. Hier liegen die Elektroden und die Quarzplatten längs einer horizontalen Achse, so daß durch eine Vertikalbewegung keine Störspannungen entstehen. Die Massenkräfte des Hebelarmes mit der Schneide wurden dadurch kompensiert, daß der Hebelarm auch auf die andere Seite des Drehpunktes verlängert und mit einem entsprechenden Gegengewicht versehen wurde. Der Hebelarm bestand dabei aus einem quadratischen Blech, das längs der Diagonalen über das Gehäuse der Quarzplatten gebogen und an den beiden Seitenflächen mit dem

nach unten gebogenen Teil der Feder verlötet wurde.

Diese piezoelektrischen Druckmesser bewährten sich sehr gut, solange das Aluminiumrohr mit dem elektrodynamischen System keine seitlichen Schwingungen ausführt. Für den hier in Betracht kommenden Frequenzbereich bis 1000 Hz läßt sich dies noch erreichen. Besonders bequem ist, daß ihre Empfindlichkeit von einem überlagerten Gleichdruck nicht beeinflußt wird. Zum Eichen wurde auf die Schneide eine bekannte Masse aufgeschraubt. Der Isolationswiderstand der Meßelektrode wurde überprüft, indem bei konstanter Geschwindigkeitsamplitude bis zu tiefen Frequenzen der mit der Frequenz proportional abnehmende Druck der Masse verfolgt wurde.

Zur Kontrolle wurde auch ein bereits früher beschriebenes Kondensatormikrophon nach H. SELL[21]) benutzt.

Die Impedanzmessungen zeigten nun, daß die Fingerspitze eine Feder darstellt, wenn der Nagel an eine größere Masse angedrückt wird. Der Verlustwinkel betrug kaum etwa 15°. Der Daumenballen, der Oberarmmuskel und die völlig freie Fingerspitze stellt dagegen einen ziemlich reinen Reibungswiderstand dar. Diese Verhältnisse blieben in dem Frequenzbereich zwischen 50—250 Hz vollkommen erhalten und änderten sich auch nicht merklich, wenn die Schneide durch einen flachen Druckkörper von 0,5 cm² Druckfläche ersetzt wurde. Eine mechanische Resonanz der Fingerspitze kommt nicht in Betracht, da in der Umgebung von 200 Hz keine entsprechende Phasenänderung beobachtet werden konnte.

Bei statischen Deformationen scheint allerdings der Finger einen Reibungswiderstand darzustellen und der Daumenballen eine Feder. Denn drückt man einen Stift längere Zeit in die Fingerspitze und entfernt ihn dann plötzlich, so dauert es mehr als eine Sekunde, bis sich die Deformation wieder ausgleicht, während am Daumenballen oder am Oberarm sich augenblicklich der ursprüngliche Zustand herstellt. Dies kommt davon her, daß die Fingerspitze sehr viele Blutgefäße enthält, die sich bei einem Dauerdruck entleeren und dann nur allmählich sich wieder anfüllen. Drückt man nur für einen ganz kurzen Augenblick den Stift in die Fingerspitze, so daß die Blutgefäße sich nicht entleeren können, so erscheint auch die Fingerspitze elastisch.

In der Abb. 17 sind links für den Frequenzbereich von 50—250 Hz die entsprechenden mechanischen Systeme dargestellt. Bei dem freien Finger wirkt zunächst eine Feder auf die Masse

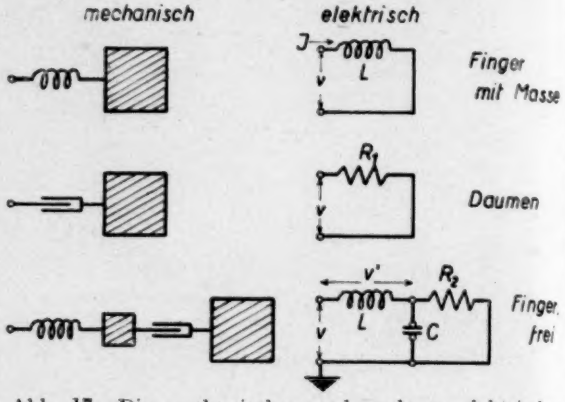


Abb. 17. Die mechanischen und analogen elektrischen Impedanzen des Fingers und des Daumens

des Fingerknochens, der seinerseits durch ein Gelenk mit großer Reibung mit der als sehr groß betrachteten Masse der übrigen Hand verbunden ist.

Rechts sind die den mechanischen Systemen nach der neuen Analogie[22]) entsprechenden elektrischen Stromkreise dargestellt. Dabei entspricht einer Feder eine Selbstinduktion L, einer Reibung ein Widerstand R, einer Masse ein Kondensator C, dessen einer Pol immer mit der Erde verbunden ist. Alles was mechanisch hintereinander geschaltet ist, bleibt auch elektrisch hintereinander geschaltet. Die Masse des Daumens und die den Fingernagel berührende Masse kann dabei so groß angenommen werden, daß sie als Kurzschluß dargestellt wurde. Ferner entspricht der Geschwindigkeitsamplitude die Spannung und dem Druck der Strom.

[21]) H. SELL, Z. techn. Physik 18 (1937), S. 3; Akust. Z. 4 (1939), S. 118.

[22]) F. A. FIRESTONE, J. applied Physics 9 (1938), S. 373; W. HAHNLE, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. 11 (1932).

Bei einem Auflagedruck von 150 g ergab sich nun für die Widerstände und die Selbstinduktion der Abb. 17:

$$L = 4 \cdot 10^{-9} \text{ cm/dyn}$$
$$R_1 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/sec/dyn}$$
$$R_2 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm/sec/dyn.}$$

Werden nun die Nerven am Finger und am Daumen als gleichartig vorausgesetzt, so ist aus den elektrischen Schaltungen der Abb. 17 zu ersehen, daß, falls der Strom, d. h. der Druck, für die Vibrationsempfindung maßgebend ist, für den Daumen eine andere Frequenzabhängigkeit der Vibrationsschwelle erhalten werden muß als für den mit einer Masse belasteten Finger, denn bei letzterem wird bei konstanter Spannung, d. h. Geschwindigkeitsamplitude $A\,\omega$ (A = Schwingungsamplitude, ω = Kreisfrequenz), der Druck wegen der Selbstinduktion mit steigender Frequenz immer kleiner und damit die Empfindlichkeit auch kleiner. Wird dagegen die Vibrationsempfindung durch die Deformation A bzw. die Geschwindigkeitsamplitude $A\,\omega$ bestimmt, so muß sowohl für den Daumen wie für den mit der Masse belasteten Finger die Frequenzabhängigkeit der Vibrationsschwelle für die Schwingungsamplitude den gleichen Verlauf zeigen.

Zur Messung der Vibrationsschwelle für die Geschwindigkeitsamplitude oder den Wechseldruck konnte nach ausgeführter Eichung unmittelbar die Anordnung der Abb. 14 benutzt werden. Die Geschwindigkeitsamplitude wurde dabei aus den Daten der Spule und des Magnetfeldes berechnet.

Für einen Auflagedruck von etwa 150 g und einer Druckfläche von 0,5 cm² ergaben sich für die Geschwindigkeitsamplitude die in der Abb. 18 dargestellten Frequenzabhängigkeiten. Wie zu ersehen, ist bei einem flachen Druckkörper für die Vibrationsempfindung lediglich die Deformation maßgebend und nicht der vertikale Wechseldruck. Verwendet man jedoch eine Schneide als Druckkörper, wobei der Druck pro Flächeneinheit sehr stark erhöht wird, so ergab sich für den mit der Masse belasteten Finger bei gleicher Schwelle für 20 Hz eine etwa zweifache Erhöhung bei 150 Hz. Dies spricht dafür, daß neben der Deformationsgröße auch der Druck eine Rolle zu spielen beginnt.

Da jedoch im allgemeinen die Größe der Deformation die Vibrationsempfindung bestimmt, so ergibt sich gemäß der obersten elektrischen Schaltung der Abb. 17, daß die Spannung v, die längs der Selbstinduktion L auftritt, für die Vibrationsstärke an der Fingerspitze maßgebend ist. Ist der Finger nicht mit einer Masse belastet, sondern vollkommen frei, so kommt, wie die unterste Schaltung zeigt, die Spannung v' in Betracht. Da nun die Impedanzmessungen des freien Fingers in dem betrachteten Frequenzbereich einen reinen Ohmschen Widerstand R_2 ergaben, so folgt daraus, daß der durch die Selbstinduktion L fließende Strom direkt proportional der Geschwindigkeitsamplitude v des Schwingungskörpers wird. Es besitzen daher ωL und ωC einen kleinen Wert gegenüber R_2, und es wird v' proportional ωv. Es muß daher mit steigender Frequenz die Empfindlichkeit des freien Fingers rascher zunehmen als bei dem mit einer Masse belasteten Finger. Dies bestätigt auch in dem tieferen Frequenzbereich die unterste Kurve der Abb. 18.

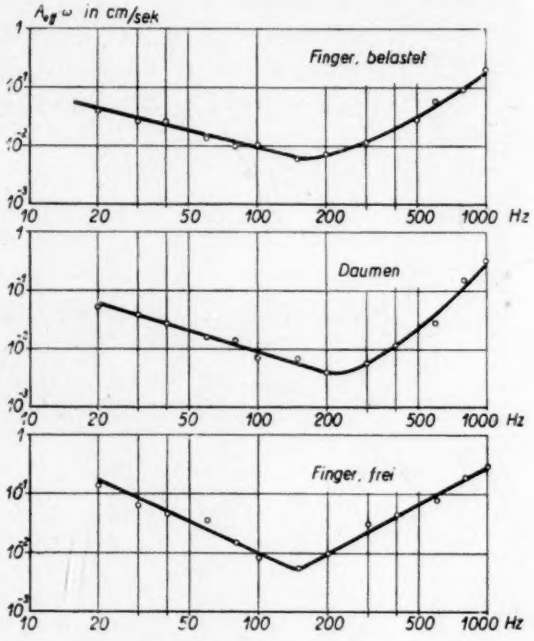


Abb. 18. Frequenzabhängigkeit der Reizschwelle für die Geschwindigkeitsamplitude
Druckfläche = 0,5 cm², A = Schwingungsamplitude, ω = Kreisfrequenz

Nach ähnlichen Gesichtspunkten läßt sich aus der bekannten Schwelle der Geschwindigkeitsamplitude für den Daumen und dem mit einer Masse belasteten Finger, mit Verwendung der angegebenen Werte für L, R_1 und R_2, die Schwelle für den Druck bestimmen. In dem tieferen Frequenzbereich stimmten die erhaltenen Meßwerte mit den berechneten Werten befriedigend überein.

Aus diesem Zusammenhang ist ersichtlich, daß die Frequenzabhängigkeit der Reizschwelle durch die Impedanz der in Schwingungen versetzten Hautfläche wesentlich beeinflußt werden kann.

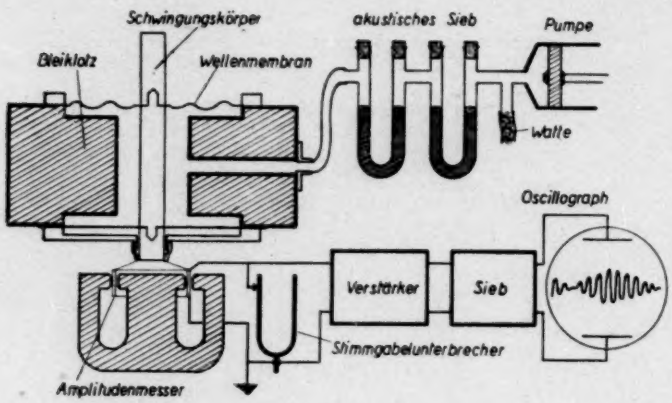


Abb. 19. Anordnung zur Messung der Vibrationsschwelle bei tiefen Frequenzen

Will man die Frequenzabhängigkeit der Reizschwelle auch unterhalb 20 Hz verfolgen, so bereitet die Herstellung genügend obertonfreier Schwingungen große Schwierigkeiten. Da sich für diese Frequenzen bei den in Betracht kommenden Energien elektrische Siebketten nur schwer herstellen lassen, so wurden, wie die Abb. 19 zeigt, mit einer Pumpe tieffrequente Luftdruckschwankungen hergestellt, diese mittelst einer Flüssigkeitssiebkette[23]) von den Obertönen gereinigt und in einen zylindrischen Hohlraum geführt, dessen obere Öffnung mit einer Wellenmembran abgeschlossen war.

Durch die sinusförmigen Druckschwankungen wurde diese Membran und der damit verbundene zur Messung dienende Schwingungskörper in Schwingungen versetzt. Um seine Parallelführung zu sichern, befand sich auf dem unteren Ende des Druckraumes noch eine durchlöcherte Membran. Diese war mit einer Platte abgeschlossen, durch deren kleine Öffnung der Schwingungskörper, mit einem kurzen Gummirohr abgedichtet, ins Freie ragte. Die Messung der Schwingungsamplitude wurde mit einem gekoppelten elektrodynamischen Geschwindigkeitsmesser ausgeführt. Zur Verstärkung der dabei entstehenden Wechselspannungen, deren Frequenz unterhalb 10 Hz lag, dienten gewöhnliche Verstärker, da mit einem Stimmgabelunterbrecher die Spannungen in tonfrequente Schwingungen zerhackt wurden.

Um sich nun von den Impedanzverhältnissen der Haut unabhängig zu machen und möglichst die dem Nervensystem entsprechende Frequenzabhängigkeit der Reizschwelle zu erhalten, wurde der Schwingungskörper nicht vertikal auf die Hautoberfläche aufgesetzt, sondern parallel mit der Hautoberfläche in Berührung gebracht. Auf diese Weise wird nur die oberflächliche Hautschicht in Schwingungen versetzt. Berührt man die längs ihrer Achse schwingende Röhre der Abb. 19 seitlich mit dem Zeigefinger und dem Daumen, so ergibt sich die in der Abb. 20 dargestellte Frequenzabhängigkeit für die effektive Schwingungsamplitude der Reizschwelle. Es ist dabei sehr auffallend, daß unterhalb 20 Hz die Reizschwelle plötzlich fast frequenzunabhängig wird. Der Knick in der Frequenzkurve ist derart scharf, daß offenbar unterhalb 20 Hz die Reizschwelle durch einen ganz anderen Nervenvorgang bestimmt wird als oberhalb 20 Hz, so daß sich die Frequenzkurve eigentlich aus zwei überschneidenden Kurven zusammensetzt. Bei den Frequenzen über 500 Hz steigt die Schwelle sehr stark an, da beim Einschalten der Schwingungen die Vibrationsempfindung sehr rasch verblaßt. Es sind daher Messungen oberhalb 1000 Hz nicht mehr gut auszuführen.

Die Messungen am Oberarm und am Schenkel ergaben ganz genau den gleichen Frequenzverlauf, nur war die Schwelle auf das 4fache erhöht und die ganze Kurve um eine Oktave

[23]) Ann. d. Physik 25 (1936), S. 413.

nach den tieferen Schwingungen verschoben. Es befand sich dabei das Empfindlichkeitsmaximum nicht bei 200 Hz, sondern bei 100 Hz, sonst konnten die Kurven unmittelbar zur Deckung gebracht werden. Die am Oberarm mit einer Nadel für einen einzigen Vibrationspunkt bestimmte Schwelle zeigte den gleichen Frequenzverlauf wie der Oberarm bei einer flächenhaften Reizung.

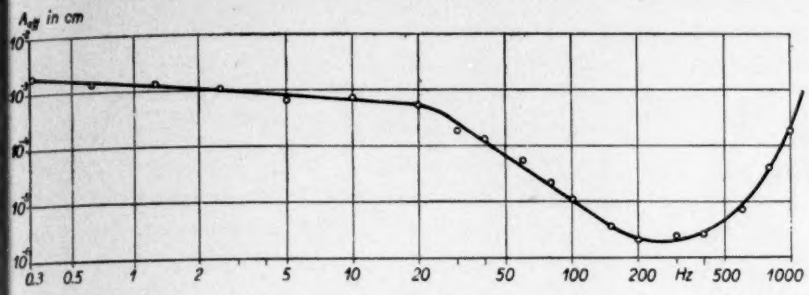


Abb. 20. Frequenzabhängigkeit der Reizschwelle für seitliche Hautverschiebungen der Fingerspitze

6. Über die subjektive Messung der Vibrationsstärke

Zur Herstellung eines Vibrationsstärkenmessers ist neben der Frequenzabhängigkeit der Reizschwelle auch das Verhalten der Vibrationsstärkeempfindung notwendig. Da sich bei der Untersuchung der Reizschwelle zwischen den Nervenenden des Fingers und den weniger empfindlichen Hautstellen, wie z. B. am Arm, ein deutlicher Unterschied zeigte, so war zu erwarten, daß die Stärkeempfindung am Finger sich anders ausbildet als an den weniger empfindlichen Hautstellen. In der Tat zeigte es sich, daß von der Reizschwelle beginnend dieselbe Schwingungsamplitudenvervielfachung am Finger eine viel kleinere Vibrationsstärkenänderung ergibt als an den übrigen Hautstellen.

In den Messungen der Abb. 21 wurde jeweils die Reizschwelle für den Finger und den Lippenrand bestimmt, hierauf die Schwingungsamplitude am Lippenrande um das in der Abszisse angegebene Vielfache erhöht und durch Vibrationsstärkenvergleich bestimmt, um wieviel die Schwingungsamplitude am Finger erhöht werden muß, um eine Gleichheit der Vibrationsstärkeempfindung zu erzielen. Die erhaltenen Kurven sind stark frequenzabhängig und es ergab sich z. B. für 200 Hz, daß einer Verzehnfachung der Schwingungsamplitude am Lippenrand eine hundertfache Erhöhung am Finger entspricht. Mit tiefer werdender Frequenz wird der Unterschied zwischen Finger und den weniger empfindlicheren Hautstellen immer kleiner. Zwischen Finger und Daumenballen zeigte sich gar kein Unterschied im Anstieg der Vibrationsstärke, ebenso zwischen Oberarm und Lippe.

Zu den Messungen wurden Tonimpulse von 0,5 sec verwendet. Benutzt man eine Tonimpulsfolge von 0,05 sec Dauer mit einem Zeitabstand von je 1 sec, so änderte sich der Verlauf der Kurven in der Abb. 21 nur ganz unwesentlich, so daß Ermüdungs- und Anpassungserscheinungen hier keine Rolle spielen. Bei

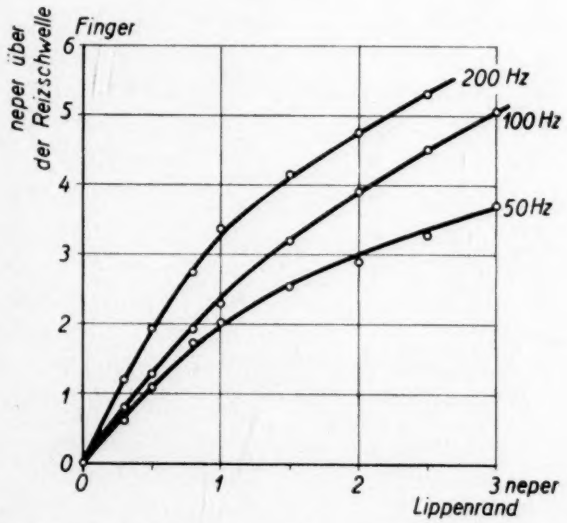


Abb. 21. Die Stärke der Vibrationsempfindung steigt bei einer Vergrößerung der Schwingungsamplitude an den verschiedenen Hautstellen verschieden an

Frequenzen oberhalb 200 Hz und einer längeren Einwirkungsdauer wird jedoch das Verblassen der Vibrationsstärke sehr deutlich.

Reizt man einen einzigen Vibrationspunkt, so ist das Verblassen jedoch auch bei Reizzeiten von 1 sec gut zu beobachten.

Schaltet man die Schwingungen plötzlich ein, so vergeht eine gewisse Zeit, bis sich die Vibrationsempfindung vollständig ausbildet. In der Abb. 22 ist dargestellt, wie die Vibrationsstärke eines Tonimpulses in Abhängigkeit von seiner Zeitdauer zunimmt. Die Messungen gelten für die Fingerspitze und Vibrationen von 100 Hz,

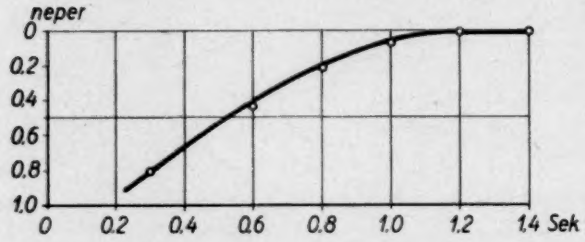


Abb. 22. Zeitlicher Anstieg der Vibrationsempfindung beim plötzlichen Einschalten einer konstanten Schwingungsamplitude

2,3 neper über der Reizschwelle. Der Endwert wird nach etwa 0,12 sec erreicht, wobei der Anstieg der Empfindungsstärke von der Vibrationsstärke und dem Reizort nur wenig abzuhängen scheint.

Unter Verwendung der obigen Messungen wurde nun versucht, einen subjektiven Vibrationsstärkemesser zu konstruieren, der die Analogie zu dem Lautstärkemesser von H. Barkhausen[24]) bildet. Beim Luftschall gelingt es leicht, durch Auflegen eines Fernhörers auf das eine Ohr, das Geräusch von dem Meßschall fernzuhalten und die beiden Lautstärkeempfindungen getrennt den beiden Ohren zuzuführen. Beim Vibrationssinn macht diese Trennung zwischen Störschwingungen und Meßschwingungen eine gewisse Schwierigkeit. So zeigte es sich z. B., daß auf einem fahrenden Wagen der ganze Körper derart in Schwingungen versetzt wird, daß beim Hinzufügen einer zweiten Meßschwingung die Vibrationsstärkeempfindung oft nur schwer den beiden Schwingungsarten zugeordnet werden kann.

Es läßt sich jedoch hier eine bedeutende Verbesserung erhalten, wenn man dafür sorgt, daß die Meßschwingungen ihrem Charakter nach von den Störschwingungen möglichst stark abweichen. Da die in der Praxis vorkommenden Störschwingungen der Motoren meist einen monotonen Charakter haben, so ergab die Verwendung einer kurzen aperiodischen Schwingung als Meßschwingung auch dort gute Erfolge, wo mit sinusförmigen Schwingungen nicht gemessen werden konnte. Auch bei stoßartigen Schwingungen bewährt sich die aperiodische Meßschwingung sehr gut, da es immer Augenblicke gibt, wo die beiden Stöße zeitlich nicht zusammenfallen, wie dies sich auch schon früher bei einem Lautstärkemesser zeigte, bei dem kein Ton, sondern eine Knallfolge als Normale diente[25]).

Da die meisten Störschwingungen durch den Fuß den menschlichen Körper erreichen, so wurden die Meßschwingungen der Hand zugeführt, da die Schwingungsisolation zwischen Fuß und Hand am größten ist.

Die schließlich entwickelte Meßanordnung ist aus der Abb. 23 und 24 zu ersehen. Sie bestand im wesentlichen aus dem Induktor einer *LB* Fernsprechstation, dem über eine Eichleitung meßbar veränderliche kurze Stromstöße zugeführt wurden. Der Anker des Induktors wurde mittels einer Feder in der dargestellten Mittelstellung festgehalten, so daß er bei einem Stromstoß Schwingungen durch diese Gleichgewichtslage ausführte. Gleichzeitig führt das Gehäuse Schwingungen nach der entgegengesetzten Richtung aus. Da mit Hilfe der neuen Dauermagnete (Ergit usw.) der ganze Induktor ziemlich leicht gemacht werden kann, so sind auf diese Weise kräftige Drehschwingungen zu erhalten. Diese Drehschwingungen des Gehäuses wurden auf eine Röhre von 8 mm Außendurchmesser übertragen, die zum Halten des Induktors diente. Diese Drehstöße erzeugen in den Fingern eine Empfindung, die von den meist vertikalen und horizontalen Störschwingungen sehr gut unterschieden werden können.

[24]) H. Barkhausen, Z. techn. Physik 7 (1926), S. 599.

[25]) Ann. Physik 8 (1931), S. 866.

Den Außendurchmesser der Röhre wählt man zweckmäßig möglichst klein, damit nur seitliche Hautverschiebungen auftreten und die Schwin-

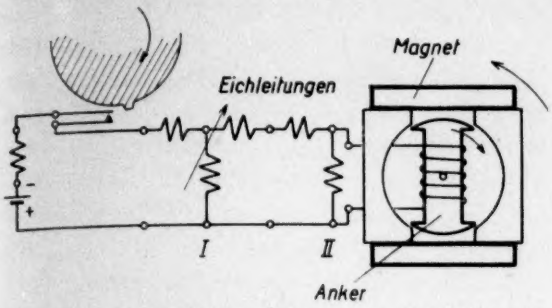


Abb. 23. Anordnung zur Messung der subjektiven Vibrationsstärke

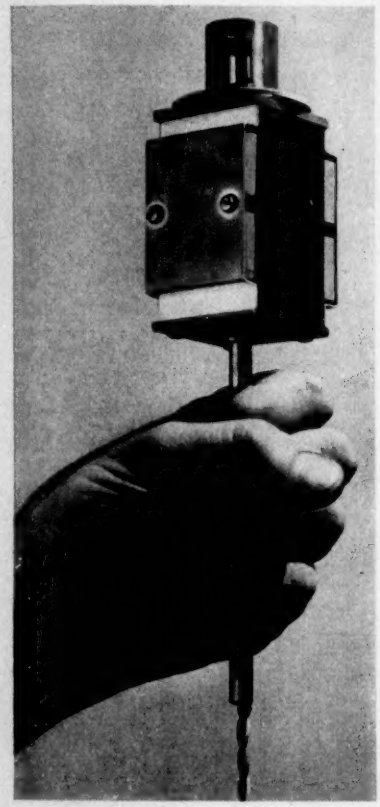


Abb. 24. Das gleiche wie Abb. 23.

gungen des Gehäuses möglichst wenig durch die Hand gedämpft werden. Damit ist die Dämpfung des Schwingungssystems lediglich durch die elektrischen Eigenschaften der Schaltung bestimmt und ändert sich nicht, wenn die Hand verschieden stark zusammengeballt wird. Als Schwingungsdauer wurde 10 Hz gewählt und das System mit Gleichstromstößen von 0,025 sec in Schwingungen versetzt, die mit einem Uhrwerk, ähnlich der Wählerscheibe des Fernsprechers hergestellt wurden.

Bei der Messung kann man mittels der Eichleitung II die persönliche Schwelle einstellen und liest dann an der Eichleitung I die Amplitudenvergrößerung ab. Die Eichleitung II dient auch dazu, den Eingangswiderstand zum Anker konstant zu halten. Messungen mit einem Motorrad zeigten, daß die Meßschwingungen von den übrigen Vibrationsempfindungen und dem Lärm sehr gut getrennt werden konnten. Die Meßgenauigkeit beträgt etwa 0,2 neper. Man kann dies überprüfen, indem man zuerst zwei verschiedenartige Störgeräusche auf gleiche Stärke einstellt und nun jeden von ihnen mit der Meßschwingung vergleicht.

Mit dieser Anordnung sollen nun Versuche zur Konstruktion eines objektiven Vibrationsmessers vorgenommen werden.

Doch soll gleich bei dieser Gelegenheit darauf hingewiesen werden, daß die Vibrationsstärke kein Maß für die Störfähigkeit der Schwingungen ist. Denn die Zahl der Nervenarten ist in der Haut so groß, daß man ihr Zusammenspiel gar nicht übersehen kann. So wurde z. B. die Frage untersucht, ob durch starke Schwingungen, ähnlich den Stößen des Maschinengewehres, die Fein-

Schläft ein Lied in allen Dingen,
Die da träumen fort und fort,

Und die Welt hebt an zu singen.
Triffst du nur das Zauberwort.

Abb. 25. Nachweis, daß durch Störschwingungen, die zu einer vollständigen Vertaubung der Hautnerven führen, die willkürlichen Bewegungen in ihrer Feinheit kaum beeinflußt werden

heit und Genauigkeit beeinflußt wird, mit der kleine Verschiebungen ausgeführt werden. Es zeigte sich hierbei, daß selbst durch Schwingungen, bei denen nach kurzer Zeit eine vollständige Vertaubung der Hautempfindungen auftrat, dennoch die Sicherheit kleinster willkürlicher Bewegungen kaum beeinflußt wurde.

Man kann dies vielleicht am besten durch eine Schriftprobe zeigen. Die zwei letzten Zeilen der Abb. 25 wurden niedergeschrieben, während auf dem Handgelenk ein kleiner Motor mit einer Exzenterscheibe montiert war, der das Handgelenk in Schwingungen von 50 Hz und 0,15 mm effektiver Amplitude versetzte. Wie ersichtlich, bleibt die Schrift in ihren wesentlichen Zügen erhalten, trotzdem bei diesen Schwingungen die ganze Hand vertaubt ist, die Feder kaum in der Hand gehalten werden kann und leichtere Gegenstände ihr Gewicht mehr oder weniger verlieren. So erscheint z. B. ein Gewicht von 200 g in der schwingenden Hand ebenso schwer wie ein Gewicht von 90 g in der ungestörten anderen Hand.

Zusammenfassung

Es wird die Ausbreitung mechanischer Schwingungen und die Schallisolation im menschlichen Körper untersucht. Von der Druck- und der Vibrationsempfindung wird gezeigt, daß sie durch zwei verschiedene Nervenarten entstehen, die sich in der Nähe der Haarwurzel sogar räumlich trennen ließen. Die Frequenzabhängigkeit der Vibrationsschwelle wird eingehend gemessen und durch Impedanzmessungen der Hautoberfläche gezeigt, daß die Vibrationsempfindung nicht durch den Wechseldruck, sondern durch die Deformationsgröße bestimmt wird. Schließlich wird eine Anordnung zur subjektiven Messung der Vibrationsstärke angegeben.

(Eingegangen am 6. Juni 1939.)

Zur Schallausbreitung längs poröser Stoffe

Von K. Schuster

Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Breslau

(Mit 2 Textabbildungen)

Einleitung

Trifft eine Schallwelle streifend auf die Oberfläche eines porösen Stoffes auf, so lassen sich die Vorgänge im Schallfeld nicht mehr mit den gewöhnlichen Reflexionsgesetzen beschreiben. Über die besonderen Erscheinungen, die sich hierbei ergeben, liegt schon eine ganze Reihe von Beobachtungen vor: G. v. Békésy[1]) konnte für den Fall, daß in einem vollbesetzten Saal eine Schallwelle über die Köpfe der Zuhörer hinweggeht, zeigen, daß die Schallstärke über der Zuhörerschaft nach oben allmählich zunimmt. W. Janovsky und F. Spandöck[2]) stellten bei der Untersuchnng eines schallgedämpften Raumes fest, daß die Schallstrahlen eine starke Beugung nach der absorbierenden Schicht hin erfahren; sie fanden eine Richtungsänderung der Wellenfronten (Flächen gleicher Phase) und wiesen außerdem nach, daß in größerer Entfernung von der Schallquelle die radiale Abnahme des Schalldrucks größer ist als bei einer einfachen Kugelwelle. E. Meyer und G. Buchmann[3]) beobachteten an Ultraschallwellen die Richtungsänderung der Wellenfronten und die Abnahme der Schallstärke bei einer Annäherung an die Schluckfläche. H. O. Kneser[4]) kommt bei einem Vergleich der Schallgeschwindigkeitsmessungen zu dem Resultat, daß die Laufzeitmessungen im Freien zu kleine Werte liefern. Er führt diesen Effekt auf die Krümmung der Schallstrahlen, die ja eine Verlängerung des Schallweges bedeutet, in der Nähe des Erdbodens zurück.

Im folgenden sollen die Erscheinungen bei der Schallausbreitung längs einer ebenen porösen Schicht und bei der Schallausbreitung in Rohren mit porösen Wänden theoretisch untersucht werden. Es handelt sich hierbei grundsätzlich um die gleichen Wellenprobleme wie bei der Ausbreitung elektrischer Wellen längs einer leitenden Ebene und längs eines leitenden Drahtes. A. Sommerfeld[5]) hat bekanntlich diese Aufgaben in einer grundlegenden Arbeit ausführlich behandelt. In letzter Zeit wurden die Sommerfeldschen Ergebnisse im Zusammenhang mit Beobachtungen, die O. v. Schmidt[6]) an Knallwellen in Flüssigkeiten gemacht hatte, von G. Joos und J. Teltow[7]) auf die Akustik übertragen. Joos und Teltow untersuchten den Spezialfall, daß das zweite Medium eine geringere Schallgeschwindigkeit besitzt als das erste und frei von Absorption ist. Über die Theorie der Schallausbreitung in Rohren mit porösen Wänden liegen Arbeiten von J. B. Bosquet[8]) und von L. J. Sivian[9]) vor.

Die akustischen Eigenschaften eines porösen Stoffes werden durch den spezifischen Strömungswiderstand r, die Porosität σ und die gegenüber der Außenluftdichte ϱ_0 scheinbar er-

[1]) G. v. Békésy, Z. techn. Phys. 14 (1933), S. 6.

[2]) W. Janovsky und F. Spandöck, Akust. Z. 2 (1937), S. 322; vgl. auch E. H. Bedell, J. Acous. Soc. Am. 8 (1936), S. 118.

[3]) E. Meyer und G. Buchmann, Akust. Z. 3 (1938), S. 132.

[4]) H. O. Kneser, Ann. Phys., 5. Folge 34 (1939), S. 665.

[5]) A. Sommerfeld, Ann. Phys., 4. Folge 28 (1909), S. 665.

[6]) O. v. Schmidt, Z. techn. Phys. 19 (1938), S. 554.

[7]) G. Joos und J. Teltow, Phys. Z. 40 (1939), S. 289.

[8]) J. P. Bosquet, Bull. Techn. Assoc. Ing. Bruxelles 31 (1935), Nr. 12, Bericht von A. Schoch, Akust. Z. 3 (1938), 49.

[9]) L. J. Sivian, J. Acous. Soc. Am. 9 (1937), S.135.

höhte Luftdichte ϱ in den Poren dargestellt[10]). Setzen wir $\frac{r}{\omega\varrho} = \eta$ und $\frac{\varrho}{\varrho^0} = \varepsilon$, so ist die Wellenzahl im porösen Stoff

$$k_2 = k_1 \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \sqrt{1 - j\eta},$$

wenn $k_1 = \frac{\omega}{c}$ die Wellenzahl in Luft bedeutet. Es handele sich zunächst um eine unendlich dicke poröse Schicht mit ebener Oberfläche. In dieser Oberfläche befinde sich eine einfache punktförmige Schallquelle (Strahler nullter Ordnung). Nach SOMMERFELD setzt sich dann das Gesamtwellenfeld im allgemeinen aus drei Anteilen zusammen:

1. der Raumwelle I: sie breitet sich in der Luft mit der Wellenzahl k_1 aus und verursacht im Stoff als Störung eine „Kopfwelle", da die Schallgeschwindigkeit im Stoff geringer ist als in Luft;
2. der Raumwelle II: sie breitet sich im Stoff mit der Wellenzahl k_2 aus und verursacht in der Luft eine Störung von der Art, wie sie bei der Totalreflexion im zweiten Medium auftritt;
3. der Oberflächenwelle: sie breitet sich längs der Trennungsfläche mit der Wellenzahl $k_1 \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2 k_1^2 k_2^2 - k_2^4}{\sigma^2 k_1^4 - k_2^4}}$ aus und ist senkrecht zur Trennungsfläche nach beiden Richtungen exponentiell gedämpft[11]).

Teil I: Schallausbreitung längs einer ebenen porösen Schicht (Die Raumwelle I)

Die Raumwelle II und die Oberflächenwelle sind in der Ausbreitungsrichtung entsprechend den imaginären Anteilen ihrer Wellenzahlen exponentiell gedämpft. In hinreichend großer Entfernung von der Schallquelle sind daher diese Wellen gegenüber der Raumwelle I zu vernachlässigen.

a) *Das Schallfeld in der Nähe des porösen Stoffes*

Der Aufpunkt habe von der Schallquelle den Abstand R, von der Schluckfläche den Abstand z. Dann gilt nach SOMMERFELD unter den Bedingungen

$$(1) \qquad k_1 R \gg \frac{2\varepsilon^2 \cdot (1+\eta^2)}{\sigma^2 \cdot \sqrt{(\varepsilon\eta)^2 + (\varepsilon-1)^2}} \quad \text{und} \quad z \ll R$$

für das Geschwindigkeitspotential ψ_1 der Raumwelle I im Luftraum bis auf einen konstanten Faktor

$$(2) \qquad \boxed{\psi_1 = \left\{\frac{\varepsilon(1-j\eta)}{\sigma\alpha} + k_1 z\right\} \cdot \frac{e^{-jk_1 R}}{k_1^2 R^2}}.$$

Dabei ist

$$(3) \qquad \alpha^2 = \frac{k_1^2 - k_2^2}{k_1^2} = j\varepsilon\eta - (\varepsilon - 1).$$

Aus der Gleichung (2) ist zunächst zu entnehmen, daß in großer Entfernung von der Schallquelle (nur dann gilt ja die Formel) unmittelbar an der Schicht der Schalldruck nicht mit $\frac{1}{R}$, sondern mit $\frac{1}{R^2}$ abnimmt. Die Messungsergebnisse von JANOVSKY und SPANDÖCK zeigen in großer Entfernung von der Schallquelle etwa eine derartige Abnahme. Allerdings bleibt zu berücksichtigen, daß die Messungen nicht unmittelbar längs der Schluckfläche ausgeführt wurden.

Weiterhin soll aus Gleichung (2) die Gestalt der Wellenfronten (Flächen gleicher Phase) berechnet werden. Machen wir zur Vereinfachung der Rechnung die Annahme

$$(4) \qquad (\varepsilon\eta) \gg (\varepsilon - 1),$$

so wird

$$(5) \qquad \alpha = (1+j)\sqrt{\frac{\varepsilon\eta}{2}}.$$

Gleichung (2) nimmt dann die Form an:

$$(6) \qquad \psi_1 = \left\{\frac{\varepsilon\cdot(1-\eta)}{\sigma\sqrt{2\varepsilon\eta}} + k_1 z - j\frac{\varepsilon\cdot(1+\eta)}{\sigma\sqrt{2\varepsilon\eta}}\right\} \cdot \frac{e^{-jk_1 R}}{k_1^2 R^2}.$$

Da die Amplitude komplex ist, tritt zum Phasenanteil $(-k_1 R)$ der weitere Anteil

$$-\operatorname{arctg}\frac{1+\eta}{1-\eta+\frac{\sigma}{\varepsilon}\sqrt{2\varepsilon\eta}\cdot k_1 z}$$

hinzu. Die Flächen gleicher Phase erfüllen

---

[10]) Vgl. L. CREMER, Elektr. Nachr.-Techn. 10 (1933), S. 242, und Elektr. Nachr.-Techn. 12 (1935), S. 333.

[11]) Zwischen den SOMMERFELDschen und den hier gebrauchten Bezeichnungen bestehen folgende Beziehungen:

$$k_1 = k_1;\ k_2 = k_2;\ \left(\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}\right)^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon(1-j\eta)};\ \frac{\mu_2}{\mu_1} = \sigma.$$

daher die Gleichung:

$$k_1 R + \operatorname{arctg} \frac{1+\eta}{1-\eta+\frac{\sigma}{\varepsilon}\sqrt{2\varepsilon\eta}\cdot k_1 z} = C$$

oder

$$(7) \qquad \boxed{z = \frac{\varepsilon}{\sigma\sqrt{2\varepsilon\eta}\cdot k_1}\cdot\{(\eta+1)\operatorname{cotg}(C-k_1 R) + (\eta-1)\}}\,.$$

Bezeichnen wir denjenigen R-Wert, der dem Wert $z = 0$ entspricht, mit R_0, so wird

$$\operatorname{cotg}(C - k_1 R_0) = \frac{1-\eta}{1+\eta}.$$

Der Winkel φ, den die Wellenfronten mit der Oberfläche des porösen Stoffes bilden, ist dann durch die Gleichung bestimmt:

$$\operatorname{tg}\varphi = \left(\frac{dz}{dR}\right)_{z=0} = \frac{\varepsilon\cdot(\eta+1)}{\sigma\sqrt{2\varepsilon\eta}\cdot\sin^2(C-k_1 R_0)}$$

oder

$$(8) \qquad \boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{2\varepsilon}{\eta}}\cdot\frac{\eta^2+1}{\eta+1}}\,.$$

Für den Fall, daß $\eta \gg 1$, ist der Schluckgrad bei senkrechtem Schalleinfall durch die Gleichung gegeben:

$$(9) \qquad a = 2\sigma\sqrt{\frac{2}{\varepsilon\eta}}.$$

In diesem Spezialfall würden wir also

$$(10) \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{4}{\alpha}$$

erhalten.

Will man die Gestalt der Wellenfront aufzeichnen, so ist neben der Gleichung (8) noch zu berücksichtigen, daß für den R-Wert R_∞, der dem Wert $z = \infty$ entspricht, die Gleichung gilt:

$$(11) \qquad k_1 (R_\infty - R_0) = \operatorname{arc\,ctg}\frac{1-\eta}{1+\eta}.$$

In Abb. 1 ist der Verlauf der Wellenfront für den Spezialfall $\varepsilon = 1{,}5$; $\sigma = 1$; $\eta = 2$ dargestellt[12]). Dann wird der Winkel φ gleich 64^0 und $z = \infty$ für $R_\infty - R_0 = \frac{\lambda}{3{,}3}$.

Janovsky und Spandöck fanden in ihrem schallgedämpften Raum für den Winkel φ bei 200 Hz einen Wert von $67{,}5^0$. Es müssen also bei der Messung ähnliche Verhältnisse vorgelegen haben, wie sie im Beispiel der Abb. 1 angenommen sind. Aus $\varepsilon = 1{,}5$; $\eta = 2$ ergibt sich bei 200 Hz für den spezifischen Strömungswiderstand der Wert $r = 4{,}9$. Nach Angaben von L. Cremer[13]) liegen bei Watte die Werte für den Strömungswiderstand zwischen 1,6 und 7. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie ist also durchaus befriedigend.

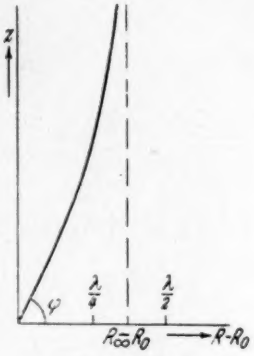


Abb. 1. Gestalt der Wellenfront über dem Schluckstoff

Der Vollständigkeit wegen sei noch erwähnt, daß Gleichung (2) für den Fall, daß die poröse Schicht eine endliche Dicke h besitzt und auf schallhartem Boden aufliegt, in folgende Gleichung übergeht:

$$(12) \qquad \psi_1 = \left\{\frac{\varepsilon(1-j\eta)}{\sigma\alpha}\cdot\mathfrak{Kotg}\,\alpha k_1 h + k_1 z\right\}\cdot\frac{e^{-jk_1 R}}{k_1^2 R^2}.$$

b) *Das Schallfeld in größerer Entfernung vom porösen Stoff*

Gleichung (2) liefert auch den von Békésy gefundenen Anstieg des Schalldrucks über der Schluckfläche. Wie weit dieser Anstieg anhält, darf aber aus der Gleichung nicht entnommen werden, weil ihre Gültigkeit auf die unmittelbare Nähe der Trennungsfläche beschränkt ist. Nun hat Sommerfeld (S. 706, Gleichung (40)) eine Reihenentwicklung mit größerem Gültigkeitsbereich angegeben. Setzen wir

$$(13) \qquad \frac{z}{R} = v \quad \text{und} \quad \frac{-j\varepsilon(1-j\eta)}{\sigma\alpha} = \tau,$$

so können wir die Sommerfeldsche Reihe nach einer kleinen Umformung folgendermaßen schreiben:

$$(14) \qquad \psi_1 = \frac{e^{-jk_1 R}}{k_1 R}\cdot\sum_n^{0,\infty} v^n \sum_m^{n,\infty}{}' \frac{(2m-n)!\,\tau^{2m-n}}{2^{m-n}\cdot(m-n)!\,n!} \times\left(\frac{1}{-jk_1 R}\right)^{m-n}.$$

Der Strich am zweiten Summenzeichen soll dabei bedeuten, daß die Summierung über m

[12]) Da in diesem Fall die Annahme (4) nicht gerade gut erfüllt ist, dürfen wir keine große Genauigkeit erwarten.

[13]) L. Cremer, Elektr. Nachr.-Techn. 12 (1935), S. 333.

im Fall $n = 0$ ausnahmsweise nicht bei Null, sondern bei 1 beginnt. Beschränken wir uns auf die niedrigste Potenz von $\frac{1}{k_1 R}$, so erhalten wir:

$$(15) \qquad \psi_1 = \frac{e^{-jk_1R}}{k_1 R} \cdot \left\{ \frac{\tau^2}{-j k_1 R} + \sum_n^{1,\infty} \tau^n v^n \right\}.$$

Mit dieser Reihe können wir das Schallfeld (in sehr großer Entfernung von der Schallquelle) auch in größerem Abstand von der Schluckfläche beschreiben. Sie gilt unter den Bedingungen

$$k_1 R \sqrt{1 - v^2} \gg 2 |\tau^2 \quad \text{und} \quad |k_2| \gg k_1, \quad \text{d. h.} \quad \varepsilon \eta \gg 1.$$

Die beiden ersten Glieder der Reihe stellen — bis auf einen konstanten Faktor — die Lösung (2) dar. Aus Gleichung (15) läßt sich die Zunahme des Schalldrucks über der Schluckfläche berechnen. Weil $\varepsilon \eta \gg 1$ vorausgesetzt ist, wird

$$\tau = -\frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\varepsilon \eta}{2}} (1 - j),$$

und wir erhalten für die Schalldruckverteilung längs eines großen Kreises $R = \text{const}$ die Funktion

$$(16) \qquad F(v) = \sum_n^{1,\infty} \left[-\frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\eta \varepsilon}{2}} (1 - j) \right]^n \cdot v^n.$$

Da nach (9) für $\varepsilon \eta \gg 1$ der Schluckgrad bei senkrechtem Schalleinfall $a = 2 \sigma \sqrt{\frac{2}{\varepsilon \eta}}$ ist, erhalten wir

$$(17) \qquad \boxed{F(v) = \sum_n^{1,\infty} \left[-\frac{2}{a} (1 - j) \right]^n \cdot v^n.}$$

Aus Gleichung (17) kann entnommen werden, in welcher Weise sich der Schalldruck ändert, wenn man sich von der Schluckfläche aus auf einem sehr großen Kreis um die Schallquelle bewegt. Die Gleichung zeigt, daß der Schalldruckanstieg um so allmählicher erfolgt, je größer der Schluckgrad bei senkrechtem Einfall ist.

Teil II: Oberflächenwellen und Schallausbreitung in Rohren mit porösen Wänden

Mit einer Schallausbreitung längs poröser Stoffe haben wir es auch zu tun, wenn Schall durch Rohre mit porösen Wänden hindurchgeht. Die Dicke der porösen Schicht wollen wir zur Vereinfachung der Rechnung als unendlich groß annehmen. Bei der Ausbreitung elektrischer Wellen längs eines Drahtes liegen ähnliche Verhältnisse vor; nur befindet sich hier im Gegensatz zum akustischen Fall das absorbierende Medium innen und das nicht absorbierende außen. SOMMERFELD hat gezeigt, daß es sich bei den Drahtwellen um den Typus der Oberflächenwellen handelt. Charakteristisch dafür ist die Tatsache, daß sich bei diesen Wellen die Wellenzahl aus den Materialkonstanten beider Medien errechnet. Im folgenden sollen die SOMMERFELDschen Gedankengänge, auf unsere akustischen Verhältnisse übertragen, kurz dargelegt werden[14]).

a) *Die Oberflächenwellen längs einer ebenen porösen Schicht*

In großer Entfernung von der Schallquelle wird das Schallfeld am einfachsten in kartesischen Koordinaten x und z beschrieben. $z = 0$ sei wieder die Trennungsfläche, die positive z-Richtung zeige jetzt zum porösen Stoff hin, die positive x-Richtung sei die Ausbreitungsrichtung der Wellen. Wir suchen einen Wellenvorgang, der sich in beiden Medien mit der gleichen Wellenzahl γ ausbreitet und in größerer Entfernung von der Trennungsfläche verschwindet, und setzen dementsprechend für die Geschwindigkeitspotentiale ψ_1 und ψ_2 in der Luft und im Stoff an:

$$(18) \qquad \begin{aligned} \psi_1 &= A \cdot e^{-j\gamma x} \cdot e^{-j\sqrt{k_1^2 - \gamma^2} \cdot z} \\ \psi_2 &= B \cdot e^{-j\gamma x} \cdot e^{+j\sqrt{k_1^2 - \gamma^2} \cdot z}. \end{aligned}$$

Die Stetigkeit von Schalldruck und Schallfluß hat die Grenzbedingungen zur Folge:

$$(19) \qquad \begin{aligned} z = 0\colon \quad & \psi_1 = \varepsilon (1 - j\eta) \psi_2 \\ \text{und} \quad & \frac{\partial \psi_1}{\partial z} = \sigma \frac{\partial \psi_2}{\partial z}. \end{aligned}$$

[14]) Die Theorie der Drahtwellen hat A. SOMMERFELD ausführlich in der Arbeit „Über die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes" (Wied. Ann. 67 (1899), S. 233) behandelt.

Daraus ergibt sich:

$$A = \varepsilon\,(1 - j\,\eta)\,B$$

und

$$\varepsilon^2\,(1 - j\,\eta)^2\,(k_1^2 - \gamma^2) = \sigma^2\,(k_2^2 - \gamma^2).$$

Für die Wellenzahl γ erhalten wir daher die schon in der Einleitung angegebene Beziehung:

$$\gamma = k_1 \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2 k_1^2 k_2^2 - k_2^4}{\sigma^2 k_1^4 - k_2^4}}. \tag{20}$$

Diese Formel soll für den Spezialfall $\varepsilon = 1$ noch weiter diskutiert werden. Wir erhalten dann:

$$\gamma = k_1 \cdot \sqrt{\frac{(\eta^2 - 1 + \sigma^2)^2 + 2\,\eta^2(2 - \sigma^2) - j\,\eta\,\sigma^2 \cdot (\eta^2 - 1 + \sigma^2)}{(\eta^2 - 1 + \sigma^2)^2 + 4\,\eta^2}}.$$

Wenn Oberflächenwellen möglich sein sollen, muß der Imaginärteil von γ negativ sein. Denn sonst würden wir eine Welle erhalten, die in der Ausbreitungsrichtung exponentiell anwächst. Zufolge Gleichung (21) ist im Fall $\varepsilon = 1$ die Existenzmöglichkeit von Oberflächenwellen gesichert, wenn

$$\eta^2 > 1 - \sigma^2. \tag{22}$$

Spezialisieren wir Gleichung (21) noch weiter, indem wir $\sigma = 1$ und $\eta \gg 1$ annehmen, so erhalten wir

$$\gamma = k_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{j}{\eta}}. \tag{23}$$

Hieraus folgt als Dämpfungskonstante längs der porösen Wand:

$$\beta = \frac{k_1}{2\eta}. \tag{24}$$

Im nächsten Abschnitt wird gezeigt werden, daß für die Wellenzahl in Rohren mit porösen Wänden der Wert (20) gilt, wenn der Rohrdurchmesser sehr groß gegenüber der Wellenlänge ist. Hierdurch wird die Oberflächenwellennatur der Schallwellen in Rohren mit porösen Wänden offensichtlich.

b) *Die Oberflächenwellen längs einer Rohrleitung mit porösen Wänden*

Zur Beschreibung der Schallwellen in einem Rohr mit unendlich dicken porösen Wänden benutzen wir ein System von Zylinderkoordinaten r und z. Die z-Achse falle mit der Rohrachse zusammen, ihre positive Richtung sei die Ausbreitungsrichtung der Wellen. Der poröse Stoff beginne bei $r = b$, so daß $2\,b$ der Rohrdurchmesser ist. Als Lösungen für die Geschwindigkeitspotentiale ψ_1 und ψ_2 in der Luft und im Stoff setzen wir an:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= A \cdot e^{-j\gamma z} \cdot I_0\,(r\sqrt{k_1^2 - \gamma^2}) \\ \psi_2 &= B \cdot e^{-j\gamma z} \cdot H_0^{(2)}\,(r\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}) \end{aligned} \tag{25}$$

In ψ_1 muß die Besselsche Funktion auftreten, damit der Wert des Geschwindigkeitspotentials in der Rohrachse endlich bleibt. In ψ_2 ist die Hankelsche Funktion einzusetzen, weil im Stoff eine Welle von der Rohrwand nach außen fortschreitet. Die Grenzbedingungen für die Trennungsfläche lauten wieder:

$$r = b\colon\ \psi_1 = \varepsilon \cdot (1 - j\,\eta) \cdot \psi_2 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial r} = \sigma \frac{\partial \psi_2}{\partial r}.$$

Hieraus folgt sofort als Bestimmungsgleichung für die Fortpflanzungskonstante γ:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{k_1^2 - \gamma^2}} \cdot \frac{I_0(b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2})}{I_0'(b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2})} = \frac{\varepsilon \cdot (1 - j\,\eta)}{\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}} \times \frac{H_0^{(2)}(b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2})}{H_0^{(2)\prime}(b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2})}. \tag{26}$$

Der Strich bedeutet dabei Differentiation nach dem Argument. Will man aus Gleichung (26) γ und insbesondere die Dämpfungskonstante β berechnen, so muß man nach Sommerfeld 3 Fälle unterscheiden:

$$\begin{aligned} &1.\quad |b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2}| \ll 1;\ |b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}| \ll 1 \\ &2.\quad |b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2}| \ll 1;\ |b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}| \gg 1 \\ &3.\quad |b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2}| \gg 1;\ |b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}| \gg 1. \end{aligned} \tag{27}$$

Der dritte Fall stellt den Übergang zu den Ergebnissen des vorigen Abschnittes her; es wird dann nämlich

$$\frac{I_0(b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2})}{I_0'(b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2})} = -j \text{ und } \frac{H_0^{(2)}(b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2})}{H_0^{(2)\prime}(b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2})} = -j \tag{28}$$

und daraus folgt sofort die oben angegebene Formel für γ.

Den Fall 1 (sehr enge Rohre) wollen wir hier nicht behandeln. Am wichtigsten für die praktische Aufgabe der Schalldämpfung in Rohrleitungen ist Fall 2. Hier wird

$$\begin{aligned} &\frac{I_0(b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2})}{I_0'(b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2})} = -\frac{2}{b\sqrt{k_1^2 - \gamma^2}} \\ &\text{und} \quad \frac{H_0^{(2)}(b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2})}{H_0^{(2)\prime}(b\sqrt{k_2^2 - \gamma^2})} = -j \end{aligned} \tag{29}$$

und wir erhalten zunächst

$$\gamma^2 = k_1^2 \cdot \left(1 + \frac{2\sigma^2 k_1^2}{b^2 k_2^4}\right) \pm j \frac{2\sigma k_1^2}{b k_2} \times \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k^2} - \frac{k_1^4}{k_2^4} \cdot \frac{\sigma^2}{b^2 k_2^2}}. \tag{30}$$

Wir machen nun die Annahmen

$$\varepsilon\eta \gg 1 \text{ und } \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\eta}} \ll k_1 b \ll \sqrt{\varepsilon\eta}. \tag{31}$$

und werden uns nachher überzeugen, daß auf Grund dieser Annahmen die Bedingungen des Falles 2 erfüllt sind. Es wird dann

$$k_2 = (1 - j)\sqrt{\frac{\varepsilon\eta}{2}}\, k_1,$$

so daß sich ergibt:

$$\gamma^2 = k_1^2 + (1 - j)\frac{\sigma k_1}{b\sqrt{\frac{\varepsilon\eta}{2}}}. \tag{32}$$

Für die Rohrdämpfung β folgt daraus:

$$\boxed{\beta = \frac{\sigma}{b\sqrt{2\varepsilon\eta}} = \frac{a}{4b}}, \tag{33}$$

wobei a wieder den Schluckgrad bei senkrechtem Einfall bedeutet. Die Größenverhältnisse der

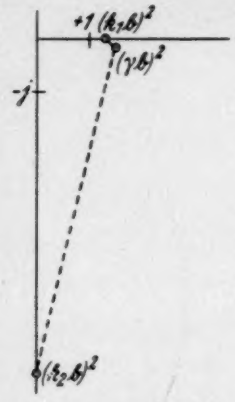


Abb. 2. Zum Größenverhältnis der Wellenzahlen k_1, k_2 und γ

Werte $(k_1 b)^2$, $(k_2 b)^2$ und $(\gamma b)^2$, die ja für die Bedingungen des Falles 2 ausschlaggebend sind, sind in Abb. 2 schematisch in der komplexen Ebene dargestellt. Der Wert $(k_1 b)^2$ liegt genau auf der reellen Achse. Da nach unseren Annahmen $k_2^2 = -j\,\varepsilon\,\eta\,k_1^2$ wird, liegt der Wert $(k_2 b)^2$ auf dem negativen Teil der imaginären Achse. Aus Formel (32) ist abzulesen, daß die Entfernung zwischen den Werten $(\gamma b)^2$ und $(k_1 b)^2$ klein gegen 1 ist. Die Verbindungslinie verläuft unter 45°. Die Entfernung zwischen den Werten $(\gamma b)^2$ und $(k_2 b)^2$ ist groß gegen 1, weil $\varepsilon\,\eta \gg 1$. Die Bedingungen für den Fall 2 sind damit erfüllt.

Unter den hier gemachten Annahmen würde der Fall endlicher, nicht zu geringer Schichtdicke keine Änderung in den Formeln bedingen, da bei großem $\varepsilon\,\eta$ der in den Stoff eingedrungene Schall schon nach kurzer Strecke absorbiert ist.

Zusammenfassung

Die Vorgänge bei der Schallausbreitung längs einer ebenen porösen Schicht und bei der Schallausbreitung in Rohren mit porösen Wänden sind den von SOMMERFELD theoretisch behandelten Vorgängen weitgehend analog, die bei der Ausbreitung elektrischer Wellen längs einer leitenden Ebene und längs eines leitenden Drahtes auftreten. Im Fall der porösen Ebene ergeben sich aus der Theorie die beobachteten Erscheinungen: 1. Eine Schallstärkeabnahme in der Ausbreitungsrichtung, die größer ist als bei einer einfachen Kugelwelle; 2. eine Schallstärkeabnahme quer zur Ausbreitungsrichtung, wenn man sich dem Schluckstoff nähert; 3. eine Richtungsänderung der Wellenfronten in der Nähe der Schluckfläche. — Für den Fall der Schallwellen in Rohren mit porösen Wänden, die zu dem Typus der Oberflächenwellen gehören, wird unter speziellen Annahmen eine Formel für die Rohrdämpfung abgeleitet.

(Eingegangen am 28. Juni 1939.)

PATENTSCHAU

Bearbeitet von Heinrich Kösters

127.

Deutsches Patent Nr. 677 591, patentiert ab 24. 10. 1931, ausgegeben am 29. 6. 1939

Günther Maché in Berlin-Reinickendorf

Elektrostatisch gesteuertes Lichtventil

Das Patent beschreibt eine größere Zahl von Ausführungsformen eines Lichtventils, das elektrostatisch gesteuert wird. Grundsätzlich wird hierbei eine Anzahl von Lamellen aus dielektrischem Material benutzt, die mit dünnen leitenden Folien belegt sind. Die Folien werden so unterteilt, daß unter Einfluß einer Spannung sich die Lamellen drehen (Abb. 1a) oder aufspalten (Abb. 1b) Da die benutzten Lamellen sehr dünn und leicht sind, soll sich diese Anordnung auch für Tonfrequenz eignen.

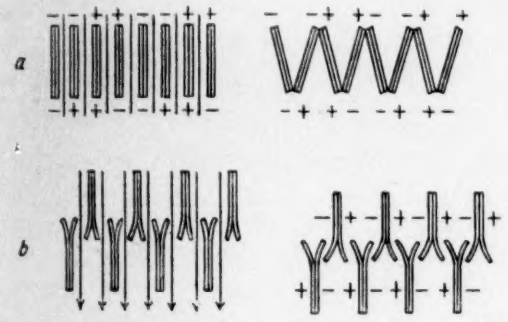


Abb. 1. Elektrostatische Lichtventile, links Durchlaßstellung, rechts Sperrstellung

128.

Deutsches Patent Nr. 679 439 patentiert ab 10. 4. 1935, ausgegeben am 5. 8. 1939

Pertrix Chemische Fabrik AG. in Berlin

Konuslautsprecher mit elektrodynamischem Antriebssystem

Für Kofferrundfunkempfänger werden häufig elektrodynamische Lautsprecher benutzt, bei denen das Antriebssystem innerhalb des durch den Konusmantel gebildeten Raumes liegt. Nach der Erfindung (Abb. 2) soll die Schallabstrahlung eines derartigen Lautsprechers dadurch verbessert werden, daß der Magnet glockenförmig ausgebildet wird. Die Glockenform wird so gewählt, daß der Querschnitt des Hohlraums zwischen Konusmantel (*k*) und Magnet (*p*) nach einer Experimentalfunktion nach der Öffnung des Konus hin zunimmt.

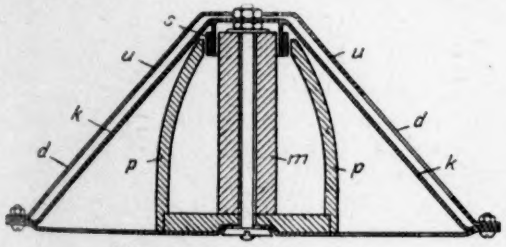


Abb. 2. Konuslautsprecher

129.

Deutsches Patent Nr. 679 490, patentiert ab 10. 11. 1936, ausgegeben am 7. 8. 1939

Klangfilm G.m.b.H. in Berlin

Kontrolle von Abtast- und Wiedergabeanordnungen für Gegentaktaufzeichnungen

Läßt man einen Film mit normaler Doppelzackenschrift durch ein Lichttongerät für Gegentaktaufzeichnung durchlaufen, so muß bei gleicher Empfindlichkeit beider Übertragungswege kein Ton entstehen. Ein Film mit normaler Doppelzackenschrift soll deshalb nach dem Patent als Prüffilm für die Symmetrie der Gegentaktanordnung benutzt werden.

130.

Deutsches Patent Nr. 679 492, patentiert ab 20. 11. 1936, ausgegeben am 7. 8. 1939

Zeiss Ikon AG., Gerhard Clamann, Dresden

Lichtelektrische Anordnung zur Abtastung von im Gegentakt aufgezeichneten Tonspuren

Bei der Abtastung einer Gegentaktlichttonaufzeichnung muß bekanntlich bei der Zusammensetzung beider Halbwellen die eine Halbwelle in

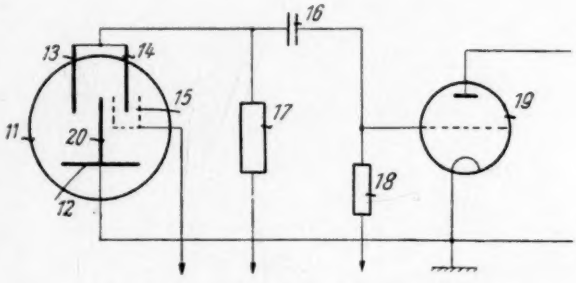


Abb. 3. Photozelle für Gegentaktlichtton

ihrer Phase umgekehrt werden. Diese Phasenumkehr kann z. B. durch einen Gegentakttransformator zwischen den beiden Photozellen und der ersten Verstärkerröhre erfolgen. Alle hierfür benutzten

Schaltungen haben aber den Nachteil, daß sie eine ganze Anzahl von elektrischen Schaltelementen erfordern, die einerseits sehr störanfällig sind und andererseits aus Platzmangel meist nicht untergebracht werden können. Das Patent schlägt deshalb die Benutzung einer Photozelle vor, deren Arbeitsweise aus Abb. 3 zu ersehen ist. Auf die Kathode 12 fällt das Abtastlicht der einen Halbwelle rechts und das der anderen Halbwelle links von der Abschirmung 20. Der Photostrom fließt über den Widerstand 17, an dem die Spannung für den Verstärker abgegriffen wird und die Anoden 13 und 14. Die linke Seite der Photozelle mit der Anode 13 arbeitet normal. Die Anode 14 dagegen ist so ausgebildet, daß an ihr Sekundärelektronen ausgelöst werden, die zur Hilfsanode 15, die gegenüber 14 eine positive Vorspannung hat, gelangen. Macht man jetzt die Zahl der Sekundärelektronen doppelt so groß wie die Zahl der Primärelektronen, so ist der resultierende Strom über den Widerstand 17 ebenso groß wie der Strom der Primärelektronen. Sein Vorzeichen ist jedoch umgekehrt.

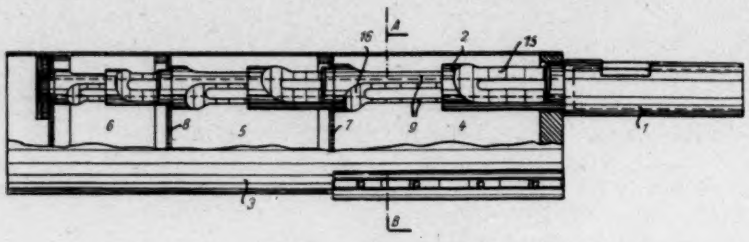


Abb. 4. Schalldämpfer für Feuerwaffen

131.

Deutsches Patent Nr. 679 509. patentiert ab 30. 9. 1937, ausgegeben am 13. 7. 1939

Ludwig Wurst in Augsburg

Schalldämpfer, insbesondere für Feuerwaffen

Die Erfindung betrifft einen Schalldämpfer für Feuerwaffen, der wie ein Bajonett auf die Laufmündung aufgesteckt wird. Die Ausführung ist in Abb. 4 dargestellt.

SCHRIFTTUM

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten

W. Bausch, **Schalldämmungsmessungen.** Beihefte zum Gesundheits-Ingenieur, Reihe II, Heft 20. Verlag R. Oldenbourg, München, 33 Seiten mit 44 Textabbildungen und 7 Zahlentafeln.

Die vorliegende Arbeit, eine Mitteilung aus dem Institut für technische Physik der Technischen Hochschule Stuttgart, stellt zunächst in übersichtlicher und zugleich kritischer Weise den heutigen Stand der Schalldämm-Meßtechnik dar. Die zur Zeit üblichen Meßverfahren für Luft- und Trittschall werden beschrieben; eine neue Methode, die mit Hilfe eines Kreuzspulinstrumentes unmittelbar die Schalldämmung anzeigt, wird näher ausgeführt. Besonders interessant und wichtig sind die Ergebnisse für den Trittschall. Es zeigt sich nämlich, daß unter massiven Decken die Trittschallstärke nicht verhältnisgleich mit der Fallenergie des Hammerwerkes, sondern mit der Impulsgröße $g \cdot \sqrt{h}$ ist. (g Hammergewicht, h Fallhöhe). Bei Holzbalkendecken und bei massiven Decken mit Estrich und mit Dämmschichten ergeben sich etwas abweichende Verhältnisse. Hinsichtlich der Luftschalldämmung von Holzbalkendecken ist bemerkenswert, daß „eine Ausfüllung der Balkenfache mit Sand gegenüber der ganz leeren Decke keinen größeren Zuwachs der mittleren Dämmung brachte als das Belegen des Bodens mit Pappe und Linoleum; eine befriedigende wohnungstrennende Zwischendecke läßt sich demnach nicht als Holzbalkendecke auslegen." Die Messungen sind zum Teil im Laboratorium, zum Teil in fertigen Gebäuden ausgeführt worden. Eine große Reihe von Zahlentafeln stellen die Messergebnisse in einer für den Baufachmann übersichtlichen Weise zusammen. Die Arbeit stellt eine wesentliche Bereicherung der Erkenntnisse über Schalldämmfragen dar. E. Meyer

The Telephone Transmitter: A Suggested Theory of Operation (D. McMillan). The Post Office Electr. Eng. Journal **31** (1938), S. 167.

Der Vorgang der Widerstandsmodulation von Fernsprechkohlemikrophonen war durch die Untersuchungen von Goucher[1]) in gewissem Umfange verständlich gemacht worden. Goucher hatte an Einzelkontakten die statischen Kraft/Ausschlag- und Kraft/Widerstands-Kennlinien aufgenommen und konnte mit Hilfe der Krümmung dieser Kurven in großen Zügen eine Deutung der beobachteten Erscheinungsformen geben. Die Kohlegrießteilchen liegen danach in der Kohlekammer des Mikrophons im Ruhezustande unter dem Einfluß des Fülldruckes, welcher die Teilchen mit einer Ruhekraft gegeneinander preßt. Die in der Bewegungsrichtung der Membran liegende Komponente dieser Ruhekraft liefert den Arbeitspunkt auf der Kraft/Ausschlag-Kennlinie. Bei Betönung überlagert sich eine Wechselkraft, welche unsymmetrisch zum Arbeitspunkt liegende Ausschläge erzeugt, indem die Teilchen sich nach Maßgabe der Kennlinienkrümmung in der einen Halbperiode weiter voneinander entfernen, als sie in der anderen sich nähern. Der mittlere Ausschlag wächst dabei schneller als proportional mit der Wechselkraft. Die von Goucher entwickelte Vorstellung erklärt damit zunächst die „Ausschlagsverzerrungen" der Mikrophone, d. h. die Schalldruckabhängigkeit ihres Übertragungsmaßes. Man kann diese Verzerrungen so deuten, daß der mechanische Widerstand der Grießsäule, der im Bereich der Fernsprechfrequenzen fast ausschließlich Steifigkeitswiderstand ist, mit wachsendem Schalldruck absinkt. Die Vorstellung erklärt ferner wegen der Unsymmetrie der Schwingungen die Zunahme des mittleren elektrischen Widerstandes der Grießanordnung bei wachsendem Schalldruck. Ungeklärt bleibt, daß diese Zunahme noch vom Speisestrom abhängt. Sie ist unter sonst gleichen Verhältnissen um so kleiner, je höher der Speisestrom ist.

Der Verf. unterzieht jetzt die Vorstellung von Goucher einer zahlenmäßigen Nachprüfung. Er schätzt zunächst nach Gesichtspunkten ähnlich der Coulombschen Theorie zur Berechnung des Erddruckes auf Stützmauern die für den Arbeitspunkt maßgebende Komponente der Ruhekraft zwischen den Grießteilchen ab. Sie beträgt je nach Lage des Teilchens 0,03 bis 0,5 dyn. Die Gesamtkraft auf die schwingende Elektrode war in einem Beispiel 130 dyn. Mit Rücksicht auf den Flächenunterschied zwischen Elektrode und Membran genügt dabei schon ein Druck von 7 μb auf die Membran, um diesem Grießdruck entgegenzuwirken. Da das Mikrophon im Fernsprechbetriebe Schalldrucken von 40—50 μb, in den Spitzen sogar bis 100 μb ausgesetzt ist, kann also von einem definierten Arbeitspunkt nicht die Rede sein. Das Mikrophon wird in der Sprache der Kennlinienvorstellung stark übersteuert, und es muß angenommen werden, daß die Teilchen sich in der einen Halbperiode mehr oder weniger voneinander trennen. Die Berechnungen werden bestätigt durch vibrometrische Messungen des mechanischen Widerstandes der Kohlegrießfüllung. Masse und Steifigkeit des Kohlegrießes nehmen mit wachsendem Schalldruck beträchtlich ab und sinken langsam — in dem erwähnten Beispiel bei etwa 60 μb — auf Null. Aus der Kennlinie von Goucher läßt sich ein derart starkes Absinken nicht herleiten, durch die Trennung der Teilchen wird dieses Verhalten dagegen in gewissem Umfange verständlich. Nach Ansicht des

[1]) J. Franklin Inst. **217** (1934), S. 407.

Verf. erfolgt die elektrische Leitung der Grießsäule in der einen Halbperiode, in welcher die Teilchen sich trennen, durch kalte Elektronenentladung. Diese Hypothese liefert gleichzeitig die bei GOUCHER ausstehende Erklärung für die Speisestromabhängigkeit des mittleren elektrischen Widerstandes. Bei unbetontem Mikrophon ist der Widerstand, wie auch die Messungen gezeigt haben, unabhängig vom Speisestrom. Im Schallfelde dagegen muß der Widerstand mit zunehmendem Speisestrom sinken, weil dann wegen der entsprechend erhöhten Feldstärke zwischen den getrennt liegenden Grießteilchen eine stärkere Entladung möglich ist.

Die starke Schalldruckabhängigkeit des mechanischen Widerstandes des Kohlegrießes liefert einen Gesichtspunkt zur Verminderung der Ausschlagsverzerrungen: Da die Masse und Steifigkeit bei höheren Schalldrucken ohnehin auf Null absinken, ist es im Sinne eines möglichst druckunabhängigen mechanischen Gesamtwiderstandes zweckmäßig, den mechanischen Widerstand des Grießes klein gegen den der Membran zu machen. Da diese Forderung jedoch auf kleine und schwach gefüllte Kohlekammern hinausläuft und derartige Anordnungen aus betriebstechnischen Gründen ungeeignet sind, hat der Vorschlag keine praktische Bedeutung.

TRAGE

VERN O. KNUDSEN, Ear defenders. National Safety News, Februar 1939.

Die dauernde Einwirkung von Geräuschen sehr großer Lautstärke hat einen teilweisen oder vollständigen Hörverlust zur Folge. Etwa $^1/_4$ aller Fälle von Nervenschwerhörigkeit ist auf die Einwirkung von Arbeitsgeräuschen zurückzuführen. In anderen Fällen tritt in geräuscherfüllten Räumen nur eine Verminderung der Arbeitsleistung ein. Es ist gewöhnlich kostspielig, die Maschinengeräusche um 10 Phon herabzusetzen und selten möglich, durch die Auskleidung mit Schalldämmstoffen in geräuscherfüllten Räumen eine Herabsetzung der Lautstärke um mehr als 8—10 Phon zu erzielen. Daher ist es erstaunlich, daß man der Entwicklung eines billigen Ohrschutzes nach akustischen Gesichtspunkten, der eine wesentlich größere Dämpfung ergibt, bisher wenig Beachtung geschenkt hat.

Die in den Vereinigten Staaten und in England käuflichen Sorten, die für Schwimmer oder zur Schalldämpfung geschaffen sind, wurden auf ihre Dämpfung hin untersucht. Mit Pfropfen aus Wachs oder Watte mit Wachs, die man in den Eingang des Gehörganges stopft, erzielt man bei 512 Hz eine Dämpfung von 25—35 db, mit Gummipfropfen ebenfalls 25—35 db, mit Watte, die ins Ohr gestopft wird, 7 db und mit Watte, die zu einem festen konischen Pfropfen gerollt ist, 12 db. In manchen Fällen ist eine größere Dämpfung notwendig. Daher wurde durch die Kombination verschiedener akustischer Widerstände ein neuer Ohrschutz entwickelt.

Eine äußere Metallplatte ist über ein konisches Gummirohr und den darin enthaltenen Luftraum mit einem Pfropfen aus weichem Gummi gekoppelt. Da die meisten Geräusche reich an Frequenzen unter 1000 Hz sind, die Verständlichkeit von Sprache aber auf den Frequenzen über 1000 Hz beruht, wurde durch Verändern der Masse der Pfropfen, der Nachgiebigkeit des Gummis und der Größe des Luftraumes über 1000 Hz eine geringere Dämpfung als darunter angestrebt. Die Tabelle zeigt die durch vergleichsweise Messung der Hörschwelle bestimmte Dämpfung des Ohrschutzes für verschiedene Frequenzen.

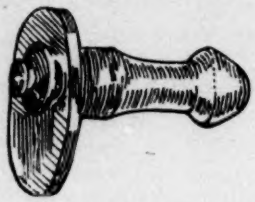


Abb. 1

Frequenz in Hz	Dämpfung in db
128	45
256	50
512	58
1024	50
2048	40
4096	48

Wenn nur der innere Pfropfen in den Gehörgang eingeführt wird, beträgt die Dämpfung 30—35 db.

Bei einer Lautstärke von 90—95 phon stumpft das Ohr infolge Ermüdung ab, außerdem treten Verzerrungen auf. Sprache oder Musik, die z. B. von einem Lautsprecher mit dieser Lautstärke wiedergegeben wird, klingt daher bei Verwendung des Ohrschutzes verständlicher und natürlicher.

Von Personen, die sich bei starkem Geräusch verständigen wollen, müssen alle oder gar keiner den Ohrschutz tragen, denn sonst strengen diejenigen, die den Ohrschutz tragen, ähnlich wie Personen mit Leitungsschwerhörigkeit ihre Stimme nicht sehr an, da sie das Geräusch kaum hören, und werden dann von den anderen nicht verstanden, die das Geräusch in voller Lautstärke hören.

W. KUHL

FRANK MASSA, **Effect of Physical Size on the Directional Response Characteristics of Unidirectional and Pressure Gradient Microphones.** J. Acoust. Soc. Am. 10 (1939), S. 173.

Die Richtcharakteristik eines Mikrophons, das aus der Kombination eines auf die Schnelle und

eines auf den Druck ansprechenden Elementes gleicher Empfindlichkeit besteht, ist ein Rotationskardioid, wenn beide Elemente räumlich zusammenfallen und klein gegen die Wellenlänge sind. Bei der praktischen Ausführung als Bändchenmikrophon, wobei die eine Hälfte des Bändchens durch ein mit schallschluckendem Material angefülltes Rohr auf der Rückseite abgedeckt ist, treten verschiedene Abweichungen der Richtcharakteristik auf, die theoretisch behandelt werden.

Angenommen seien zwei unendlich kleine auf den Druck bzw. den Druckgradienten ansprechende Elemente im Abstand d. Nur bei tiefen Frequenzen ist die Richtcharakteristik eine Kardioide. Mit wachsendem Verhältnis d/λ wird der Winkel geringer Empfindlichkeit auf der Rückseite des Mikrophons merklich kleiner. Für $d/\lambda = 0{,}5$ ist die Empfindlichkeit schon $\pm 45^0$ von der Achse fast 80% der maximalen statt 18% bei der Kardioide.

Infolge der räumlichen Größe der rückseitigen Abdeckung des Druckelementes tritt eine Wegvergrößerung für den Schall ein. Die von den beiden Elementen erzeugten Spannungen sind für rückseitigen Schall in Richtung der Normalen nicht mehr gegenphasig. Für diese Richtung steigt also die Empfindlichkeit mit wachsender Frequenz an. Die Achse der minimalen Empfindlichkeit ist für eine Wegdifferenz von 0,6 cm um $14{,}5^0$, für 1,3 cm um 30^0 gegen das Druckelement hin verschoben.

Die beiden Einflüsse überlagern sich nun. Die theoretisch abgeleiteten Richtcharakteristiken werden durch die angegebenen Meßwerte gut bestätigt.

Zuletzt wird der Einfluß der Größe der Pole eines Druckgradientenempfängers auf die Richtcharakteristik theoretisch an einem idealisierten Schema behandelt. Ein Zylinder von der Länge D ist auf beiden Seiten durch frei bewegliche, aber starr miteinander verbundene Kolben abgeschlossen, deren Verschiebung auf einen Leiter in einem Magnetfeld übertragen wird. Mit dem Anwachsen des Verhältnisses D/λ wird die zu erwartende Cosinuscharakteristik beträchtlich breiter. Bei einem wirklichen Mikrophon überwiegt bei mittleren Frequenzen die eiförmige Verschmälerung der Richtcharakteristik infolge der Drucktransformation an dem als Schallschirm wirkenden Aufbau des Mikrophons, so daß die gemessenen Werte die theoretisch geforderte Verbreiterung nur für hohe Frequenzen zeigen. W. KUHL

J. MAY, **The Propagation of supersonics in capillary tubes.** Proc. physic. Soc. 50 (1938), S. 553.

In der vorliegenden Arbeit wird die Schallausbreitung in Kapillaren in einem Frequenzbereich untersucht, in dem die Voraussetzungen der Kirchhoffschen Theorie erfüllt sind, d. h., die Schallwellenlängen werden so kurz gewählt, daß in bezug auf diese die Kapillaren als weite Rohre im Sinne der Kirchhoff-Rayleighschen Theorie anzusprechen sind. In der Versuchsanordnung wird als Schallquelle eine etwa 1 mm dicke Magnetostriktionsnadel benutzt, die in der Mitte festgeklemmt in einem dünnwandigen Glasröhrchen gelagert ist. An dieses können die Kapillaren angesetzt werden, in denen die Schallausbreitung untersucht werden soll. Als Rohrabschluß dient ein Reflektor mit sorgfältig geschliffener Oberfläche, der mittels eines Schraubenmechanismus in der Kapillare verschoben werden kann. Aus den Gitterstromänderungen des Röhrensenders, mit dem die Schwingungen des Magnetostriktionsstabes erregt werden, bei Verschiebung des Reflektors wird auf die Aenderung der Schallwellenamplituden geschlossen. Aus dem Abfall der Maximalamplituden mit wachsendem Reflektorabstand ergibt sich die Schallabsorption, aus der Abstandsänderung von einem Maximum zum nächsten die Schallwellenlänge, die zusammen mit der genau gemessenen Frequenz die Schallgeschwindigkeit liefert. — Die Radien der bei den Messungen benutzten Kapillaren werden im Bereich von etwa 0,3 mm bis 0,7 mm verändert, die Frequenzen im Bereich von 39 bis 115 kHz. Die gemessenen Absorptionskoeffizienten und Schallgeschwindigkeiten werden mit denen verglichen, die sich aus der Kirchhoffschen Theorie ergeben. Dabei zeigt sich, daß ihre Abhängigkeit von Frequenz und Rohrradius den Erwartungen der Theorie entspricht. Die Abweichung der gemessenen von den gerechneten Schallgeschwindigkeiten beträgt im allmeinen nicht mehr als 1%. Dagegen sind die gemessenen Absorptionskoeffizienten etwas mehr als dreimal so groß wie die berechneten.

H. OBERST

F. H. VAN DEN DUNGEN, **Application du principe de Rayleigh au calcul des systemes acoustiques.** Acad. roy. Belg. (Cl. d. Sc.) (1938).

Bei der Berechnuug der axialen Eigenfrequenzen der Luftsäulen in Rohren, die an einem Ende offen, am anderen starr abgeschlossen sind, muß die Schallabstrahlung in das äußere Medium am offenen Ende berücksichtigt werden. Man tut das gewöhnlich in der Weise, daß man eine scheinbare Verlängerung des Rohres annimmt und die Druckschwankungamplitude am offenen Ende gleich Null setzt; die korrigierte Länge l, die der Verf. als „äquivalente Länge" bezeichnet, ist so zugemessen, daß die Eigenfrequenzen im idealisierten Fall gleich denen im wirklichen Fall der Schallabstrahlung ins Freie werden. Für die tiefste Eigenfrequenz f ergibt sich dann die einfache Beziehung $f = c/4\,l$ (c die Schallgeschwindigkeit). Aufgabe der Theorie ist es, die äquivalente Länge, die vom Rohrquerschnitt und von den äußeren Randbedingungen abhängt, in

möglichst guter Näherung zu berechnen. — In der elementaren Theorie des Resonators führt man bei der Berechnuug der tiefsten Eigenfrequenz das Schwingungsproblem auf das eines schwingungsfähigen Gebildes von einem Freiheitsgrad zurück, indem man sich Masse und Elastizität getrennt denkt; man verlegt dabei diese in das Luftvolumen des Resonatorinneren und faßt die schwingende Masse in einer Luftsäule vom Querschnitt der Resonatoröffnung bzw. Resonatorhalses und einer zu bestimmenden „äquivalenten Länge" zusammen, die ebenfalls vom Querschnitt und von den äußeren Randbedingungen abhängt.

Zu der näherungsweisen Berechnung der tiefsten Eigenfrequenzen bzw. der „äquivalenten Längen" von Rohren und Resonatoren benutzt der Verf. das sogen. Rayleighsche Prinzip, das bisher auf diese gen. Probleme noch nicht angewandt wurde. Dieses Prinzip gestattet es, mit irgendwelchen skalaren Feldern, die den Randbedingungen für den Schalldruck genügen, obere Schranken für die tiefste Eigenfrequenz ω des betr. Systems und damit untere Schranken für die äquivalente Länge zu berechnen; dasselbe erreicht man mit Vektorfeldern, die den Randbedingungen für die Teilchenamplituden genügen. Zerlegt man die Dichte ϱ_0 in jedem Punkte des Systems in zwei Anteile ϱ_1 und ϱ_2 und bestimmt die tiefsten Eigenfrequenzen ω_1 und ω_2 der beiden neu entstandenen Systeme mit den Dichten ϱ_1 und ϱ_2 und der Kompressibilität des ursprünglichen Mediums, so ist $1/\omega^2 \leq 1/\omega_1^2 + 1/\omega_2^2$, und man gewinnt damit eine obere Schranke für die äquivalente Länge. Zum gleichen Ziele kommt man mit einer geeigneten Zerlegung des Kompressibilitätsmoduls in zwei Anteile.

Nach Führung des mathematischen Beweises für das Prinzip mit Hilfe der Entwicklung nach den Eigenfunktionen der Systeme wird das Verfahren zur Abschätzung der tiefsten Eigenfrequenzen und der äquivalenten Längen zunächst erläutert an einem elementaren Beispiel, für das die exakte Lösung bekannt ist, nämlich dem des Rohres mit einem offenem und einem geschlossenen Ende und dem Schalldruck Null am offenen Ende und dann in mehreren Anwendungen genauer studiert. Dabei werden Näherungsmethoden probiert, die es gestatten, die Unsicherheitsintervalle zwischen den unteren und den oberen Schranken möglichst einzuengen, beispielsweise die Methode der sukzessiven Approximationen zur Auffindung von Funktionen, die den Randbedingungen der Systeme genügen und die die oberen Schranken für die tiefsten Eigenfrequenzen weitgehend herabzudrücken erlauben. Numerisch durchgeführt wird das Verfahren in den Fällen des einseitig geschlossenen Rohres mit unendlich ausgedehntem ebenem Schirm am offenen Ende, des Kugelresonators mit zylindrischem Hals und ebenem Schirm und des unendlich dünnwandigen Kugelresonators ohne Schirm, der ein Spezialfall des Kugelresonators mit sphärischem Schirm ist.

Die folgenden Zahlenbeispiele vermitteln einen Eindruck von der Genauigkeit, mit der sich die äquivalenten Längen abschätzen lassen.

Es ergibt sich im Falle des einseitig offenen Rohres mit ebenem Schirm

für $R_e = 0{,}08\,l$ $1{,}0656 < l_2/l < 1{,}06696$,
für $R_e = 0{,}01\,l$ $1{,}00846 < l_2/l < 1{,}00963$,

R_e = Rohrradius,
l = geometrische Rohrlänge
l_2 = äquivalente Rohrlänge;

nach RAYLEIGH ist die wahrscheinlichste Längenkorrektion gleich $0{,}82\,R_e$, also im zweiten Falle $l_2/l = 1{,}0082$.

Im Falle des Kugelresonators mit ebenem Schirm ergibt sich mit $R_e/R_o = 0{,}6$

für $R_e = l$ $2{,}327 < l_1/l < 2{,}47$,
für $R_e = 0{,}1\,l$ $1{,}676 < l_1/l < 1{,}688$,

R_o = Kugelradius
R_e = Halsradius
l = geometrische Halslänge
l_1 = äquivalente Halslänge;

nach RAYLEIGH erhält man im zweiten Falle $1{,}1571 < l_1/l < 1{,}4696$.

Wie die oben angeführten Beispiele zeigen, liegen die nach RAYLEIGH abgeschätzten äquivalenten Längen zum Teil außerhalb der vom Verf. dieser Arbeit berechneten Schranken, der die RAYLEIGHschen Resultate in diesen Fällen als unzulässig bezeichnet.

In dem der Arbeit beigefügten Anhang wird u. a. das Problem der Eingangsimpedanzen von Öffnungen in starren Schirmen behandelt, das für das Studium der Rohre und Resonatoren mit beliebig gestaltetem Schirm von Bedeutung ist.

H. OBERST

HOMER DUDLEY, R. R. RIESZ, S. S. A. WATKINS, **A Synthetic Speaker.** J. Franklin Inst. **227** (1939), S. 739.

Auf den Weltausstellungen in San Franzisko und New York zeigt die Bell Telephone Company einen „synthetischen Sprecher". Es ist dies ein Gerät, das den Sprechmechanismus des Menschen elektroakustisch nachbildet. Die Steuerung der von dem Gerät hervorgebrachten Laute erfolgt durch Tasten von Hand. Die Technik der Bedienung läßt sich also am besten mit dem Spielen eines Musikinstrumentes vergleichen. Bei hinreichender Übung kann der Bedienende die Laute so steuern, daß sie zusammenhängende Sprache bilden. Dieser synthetische Sprecher hat auch einen synthetischen Namen bekommen: Er heißt „Voder" (zusammengezogen aus

Voice Operation DEmonstratoR). Der Bau eines solchen Geräts ist durchaus nicht nur eine interessante Spielerei. Sein wissenschaftlicher Wert besteht darin, daß er unser Wissen vom Sprechmechanismus auf eine ziemlich schwere Probe stellt.

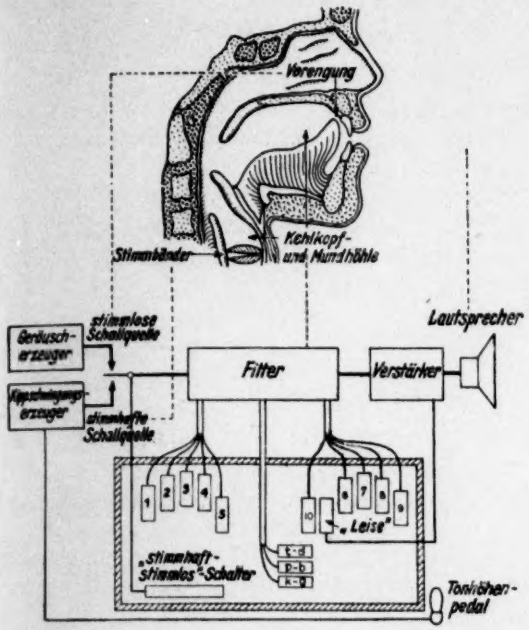


Abb. 1. Aufbau des Voders, schematisch

Das menschliche Sprachorgan enthält zweierlei Schwingungserzeuger: Erstens die Stimmbänder; beim Durchblasen von Luft erzeugen sie obertonreiche periodische Schwingungen, die die Grundlage der stimmhaften Laute (Vokale) bilden. Zweitens enge Öffnungen, die durch Zunge, Gaumen, Zähne und Lippen gebildet werden können; sie erzeugen beim Durchblasen von Luft ein Geräusch mit kontinuierlichem Spektrum, das die Grundlage der stimmlosen Laute (Konsonanten, Flüstersprache) bildet. Bei der elektrischen Nachbildung (s. die schematische Darstellung Abb. 1 und die äußere Ansicht Abb. 2) werden die stimmhaften Laute durch einen Kippschwingungsgenerator (mit einer Gastriode aufgebaut) erzeugt, die stimmlosen Laute durch das Rauschen einer Gastriode. Das für jeden Laut charakteristische Spektrum entsteht beim menschlichen Sprachorgan durch die akustische Filterwirkung der Kehlkopf- und Mundhöhle, die je nach Kehlkopf- und Mundstellung andere Frequenzbereiche bevorzugt durchläßt. Bei der elektrischen Nachbildung dienen dazu elektrische Filter, die durch Tasten 1—10 entsprechend gesteuert werden können. Die gefilterten Ströme werden verstärkt und einem Lautsprecher zugeführt. Die Steuerung der Filter ist so eingerichtet, daß jeder Taste ein bestimmter Durchlaßbereich entspricht. Die Durchlaßbereiche schließen aneinander an und umfassen zusammen den Bereich 0—7500 Hz. Im einzelnen sind sie so bemessen, daß sie zur Erzeugung der bei der Sprache vorkommenden Lautspektren möglichst geeignet sind. Die Durchlaßbereiche werden durch Niederdrücken der zugehörigen Tasten eingeschaltet und zwar nicht plötzlich, sondern über Potentiometer allmählich. Mit der Geschwindigkeit des Niederdrückens der Taste hat man also die Art des Schalleinsatzes in der Hand.

Die Grundtonhöhe des Kippschwingungserzeugers wird durch ein Pedal reguliert. Diese Regelmöglichkeit braucht man zur Beherrschung der Satzmelodie. Der gesamte Grundtonbereich ist etwa 40—900 Hz; mit dem Pedal wird gewöhnlich nur ein Teil davon überstrichen, je nachdem es sich um eine Baß-, Tenor- oder Sopranstimme handelt. Der Wechsel zwischen stimmhaften und stimmlosen Lauten erfolgt durch einen mit dem Handgelenk der linken Hand betätigten Umschalter. Eine besondere „Leise"-Taste, die mit dem Daumen der rechten Hand bedient wird, erlaubt eine Verminderung der Lautstärke um etwa 20 db. Das ist nötig, weil die

Abb. 2. Der „Voder"

gute Verständlichkeit der Konsonanten f, w, und th (wie in thin und then) besser ist, wenn sie leiser gegeben werden.

Um die Bedienung des Voders zu vereinfachen, sind gewisse automatische Kopplungen zwischen

den Durchlaßbereichen angeordnet. Um z. B. den Vokal a (wie in father) zu erzeugen, müssen die Tasten 3 oder 4 betätigt werden. Gleichzeitig ist stets noch ein gewisser Grundtonanteil nötig, wofür die Taste 1 zu betätigen wäre. Um dies zu ersparen, ist zwischen den Durchlaßbereichen 1 und 3 bzw. 4 eine entsprechende elektrische Kopplung vorgesehen. Eine weitere Kopplung besteht zwischen Tonhöhe und Lautstärke. Ein Heben des Tones ist automatisch mit einer Erhöhung der Lautstärke verknüpft, wie es bei der natürlichen Sprache der Fall ist. Manche Konsonanten werden stimmhaft gesprochen, und deren Erzeugung erfordert die gleichzeitige Verwendung des Kippschwingungs- und des Geräuschgenerators. Bei derartigen Konsonanten sind stets die Tasten 8 oder „Leise" gedrückt, so daß mit diesen Tasten die gleichzeitige Verwendung beider Schwingungserzeuger automatisch gekoppelt werden kann. Betätigung der Tasten 8 oder „Leise" liefert also einen stimmlosen Konsonanten, wenn die Handgelenktaste auf stimmlos steht, einen stimmhaften Konsonanten, wenn sie auf stimmhaft steht. Drei besondere Tasten sind zur Erzeugung der Konsonanten von explosivem Charakter (t-d, p-b, k-g) vorgesehen. Was sich beim Niederdrücken dieser Tasten abspielt, sei am Beispiel des Wortes „key" erläutert: Die Handgelenktaste steht auf „stimmhaft", bereit für das auf k folgende ey. Bei Niederdrücken der k-Taste wird zuerst der stimmhafte Generator von den Filtern getrennt. Statt dessen wird der gedämpfte Ausschwingvorgang eines Kreises auf den Verstärker gegeben (Abb. 3A). Dann folgt eine Pause, nach welcher der Geräuschgenerator über Filter Nr. 7 eine Spur Geräusch gibt (Abb. 3B). Bei

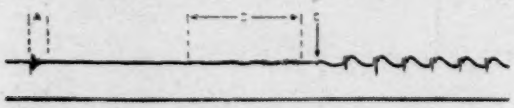


Abb. 3. Oszillogramm des Wortes „Key"

C ist die k-Taste ganz durchgedrückt und wieder der stimmhafte Generator angeschlossen und das ey kann folgen. Drückt man die k-Taste langsam nieder, so entsteht ein g. Schließlich sind noch besondere Umschalter vorgesehen für Flüstersprache und für tremolierende Stimme.

Um zu ermitteln, durch welche Handgriffe gewünschte Laute mit dem Voder zu erzeugen sind, lag es nahe, oszillographisch festzustellen, wie sich natürliche Sprachlaute auf die einzelnen Filter verteilen. Dieser Weg erwies sich aber nur bis zu einem gewissen Grade als gangbar, die Feinheiten mußten durch Probieren und Abhören gefunden werden. Selbstverständlich hängt die Güte der synthetischen Sprache sehr von der Geschicklichkeit und Übung des Bedienenden ab. Für die Vorführungen auf den Weltausstellungen wurden 24 Telephonistinnen (ausgesucht aus 320) in wenig mehr als einem Jahr in einem wohlüberlegten Kursus in der Bedienung des Voders ausgebildet. Aus der Tatsache, daß das Gerät in dieser Weise vorgeführt wird, darf man wohl schließen, daß die erzielte Verständlichkeit der synthetischen Sprache durchaus befriedigend ist.

A. Schoch

Jaques Brillouin, **Propagation d'ondes sonores planes au voisinages d'un plan absorbant.** Revue d'acoustique. Vol. VIII, S. 97, 1939.

Der Verfasser stellt sich folgende Aufgabe: Die x-z-Ebene eines rechtwinkligen Koordinatensystems bilde eine schallschluckende Wand, deren Wirkungsweise dadurch gegeben ist, daß ihr Widerstand Z (d. i. das Verhältnis des Druckes p zur wandnormalen Komponente der Schnelle $-v_y$)' als gegeben angesehen werden kann:

$$(1) \qquad \left(-\frac{p}{v_y}\right)_{y=0} = Z = X + iY.$$

(Diese Annahme, die meist bei der Untersuchung von Schallschluckstoffen zugrunde gelegt wird, ist nur berechtigt, wenn entweder der akustische Widerstand der Wand groß ist, oder wenn die Wand aus einem System paralleler zur Oberfläche senkrechter Kanäle besteht.) Verfasser untersucht nun formal, welche Lösungen der Wellengleichung:

$$(2) \qquad \Delta\psi + \left(\frac{\omega}{V}\right)^2 \psi = 0$$

(ω Kreisfrequenz, V Schallgeschwindigkeit)
(ψ Potential der Schnelle)
von der Form

$$(3) \qquad \psi = e^{-\left(a+i\frac{\omega}{W}\right)x} \cdot F(y)$$

möglich sind, die also parallel zur schluckenden Fläche den Charakter einer gedämpften Wellenausbreitung mit dem Dämpfungsmaß a und der Ausbreitungsgeschwindigkeit W haben.

Durch Einsetzen von (3) in (2) folgt auch für die y-Richtung ein Exponentialansatz, der sich im allgemeinen aus einem zur Trennwand hineilenden und einem wegeilenden Anteil zusammensetzt:

$$(4) \qquad F(y) = C_1 \cdot e^{+i\delta y} + C_2 \cdot e^{-i\delta y}.$$

Es sind nun zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder ist δ reell, dann verlangt die Wellengleichung, daß auch die Dämpfung in x-Richtung verschwindet ($a = 0$) und daß $W > V$ ist. Dies führt auf das bekannte resultierende Feld, das durch die Reflexion einer schräg einfallenden ebenen Welle erzeugt wird. Hierbei ergibt sich das Verhältnis der reflektierten zur einfallenden Amplitude $C_2 : C_1$ aus dem Widerstand. Als Anwendungsbeispiel wird der Fall einer porösen Wand untersucht. (Hierbei wird eine von Rayleigh nur für tiefe Frequenzen abgeleitete

Formel irrtümlicherweise im Bereich hoher Frequenzen diskutiert.)

Es sind aber auch Lösungen mit imaginärem oder allgemein komplexem δ möglich. Die Lösung bleibt hierbei nur dann endlich, hat also nur dann einen physikalischen Sinn, wenn die reflektierte Welle verschwindet, wenn also für diesen Wellentyp Totalabsorption vorliegt. Dann steht zur Erfüllung der Randbedingung nicht mehr der Quotient $C_2 : C_1$ zur Verfügung, sondern δ und damit auch a und W werden in diesem Falle durch die Randbedingung bestimmt.

Speziell wird für $a = 0$, aber $W < V$ der Exponent δ rein imaginär. Dies tritt ein, wenn auch der Wandwiderstand nur einen Blindanteil enthält. Im Grunde den gleichen Typ, nur mit einer Neigung der Wellenfront gegenüber der Wand, erhält man, wenn man ein Dämpfungsmaß a zuläßt. Dann darf der Wandwiderstand auch einen reellen Anteil enthalten.

Verfasser bezeichnet den Wellentyp mit komplexem δ, der also die allgemeine Form:

$$\psi = e^{-\left(a + i\frac{\omega}{W}\right)x - (\delta_1 - i\delta_2)y}$$

hat und der neben der schräg einfallenden ebenen Welle eine weitere physikalisch mögliche Lösung der gestellten Aufgabe bildet, als S-Welle. Er schlägt vor, diesen Typ mit mehreren übereinander angeordneten Lautsprechern dadurch zu erzeugen, daß dieselben gleichphasig, aber mit exponentiell von der Wand abnehmender Stärke erregt werden. Durch geeignete Wahl dieses Exponenten und durch Neigung der Wand gegenüber der Lautsprecherreihe muß es stets möglich sein, die zur S-Welle gehörige Totalabsorption herzustellen. Aus Exponent und Neigung ließe sich dann der komplexe Wandwiderstand bestimmen.

Es sei dem Referenten gestattet, noch einige Betrachtungen anzuschließen. Die vom Verfasser behandelten „S-Wellen" sind an sich der theoretischen Physik seit langem bekannt. Der Versuch, mit einem derartigen Wellenansatz die gedämpfte Ausbreitung parallel zu absorbierenden Schichten zu beschreiben, wurde bereits von ZENNECK unternommen. (Ann. Phys. IV, 23 (1907) S. 836.) Z. der dabei die Ausbreitung langer elektromagnetischer, Wellen über dem halbleitenden Erdboden im Auge hatte, konnte auf diese Weise übereinstimmend mit dem Experiment zeigen, daß die Dämpfung zunächst mit der Frequenz wächst, und daß hierbei die Wellenfronten gegen das absorbierende Medium hin geneigt werden. Beide Erscheinungen sind bekanntlich auch bei der Ausbreitung von Schallwellen längs absorbierender Schichten zu beobachten. Die Übertragung des in der Elektrotechnik gefundenen Ergebnisses auf die Akustik zeigt nun sehr deutlich, daß es sich bei den S-Wellen nur um eine Partikularlösung handelt, die stark einschränkende und physikalisch unbefriedigende Voraussetzungen enthält. Wie oben auseinandergesetzt, ist der Einfallswinkel der S-Welle durch die Bedingung der Totalabsorption gegeben. Nimmt man ein poröses Medium von großer Porosität an, was praktisch fast immer zutrifft, so nähert sich dieser Einfallswinkel bei hohen Frequenzen 45°. Es handelt sich also keineswegs mehr um streifenden Einfall. (Man erhält dieses Ergebnis auch dann, wenn man die von BRILLOUIN vernachlässigte Winkelabhängigkeit berücksichtigt.)

Nun hat SOMMERFELD bald nach ZENNECKS Veröffentlichung in einer klassischen Arbeit (Ann. Phys. IV, 28 (1909) S. 665) das ungleich schwierigere Randwertproblem gelöst, daß die an der absorbierenden Oberfläche vorbeistreichende Welle von einem punktförmigen Strahler ausgeht, der seinen Sitz in dieser Oberfläche hat. Er hat gezeigt, daß das resultierende Feld in diesem Falle nur aus einer großen Zahl verschiedenartiger Wellen zusammengesetzt werden kann, unter denen aber auch der von ZENNECK untersuchte Typ auftritt, den er entsprechend seiner Energiekonzentrierung an der Oberfläche mit dem treffenden Namen Oberflächenwelle bezeichnet hat. S. benutzte dabei Zylinderkoordinaten zur Lösung. Physikalisch noch übersichtlicher erscheint der später von WEYL eingeschlagene Weg, das Feld des Punktstrahlers aus ebenen Wellen zusammenzusetzen. (Ann. Phys. IV, 60 (1919) S. 481.) Auch WEYL zeigt, daß dies nur unter Zuhilfenahme von Wellen mit komplexem Ausbreitungsmaß möglich ist, unter denen auch die von ZENNECK und BRILLOUIN behandelten S-Wellen auftreten. Diese Wellen haben also durchaus praktische Bedeutung, aber sie treten im allgemeinen nicht allein auf, so daß aus ihrem Verhalten keine allgemeinen Rückschlüsse gezogen werden können. Unter Verwendung der angenäherten Theorie für poröse Wände (Elektr. Nachr.-Techn. 10 (1933) S. 242 und 12 (1935) S. 333) ist es prinzipiell möglich, auch die SOMMERFELD-WEYLsche Lösung auf die Akustik zu übertragen. L. CREMER

W. P. MASON und R. N. MARSHALL, **A Tubular Directional Microphone.** J. Acous. Soc. Am. 10 (1939), S. 206.

Das behandelte Richtmikrophon ist ein dynamisches Mikrophon, vor dem mit einem geringen, nach außen abgeschlossenen Zwischenraum ein Bündel von 50 dünnwandigen Aluminiumröhren geschaltet ist, deren Länge von 3—150 cm gleichmäßig zunimmt. Die Richtwirkung kommt durch Interferenz der durch die verschieden langen Rohre laufenden Einzelschallwellen zustande. Um für den Schalleinfall in Richtung der Normalen die ausgeglichene Frequenzkurve des Mikrophons nicht zu verschlechtern, müssen die Resonanzen der einzelnen

Rohre im Mittel ausgeglichen sein. Ein Maß dafür ist die Größe des Wellenwiderstandes Z des Bündels. In der theoretischen Behandlung wird gezeigt, daß dieser für Frequenzen unter 114 Hz gegen Null geht, für 114 Hz und vielfache davon gleich Z_L, dem Wellenwiderstand des unendlich langen Rohres, ist, für die übrigen Frequenzen einen etwas kleineren Wert hat, der sich aber Z_L schnell nähert. Eine gemessene Frequenzkurve bestätigt dies und zeigt außerdem über den ganzen Frequenzbereich eine Erhöhung der Empfindlichkeit um 5 db.

Die theoretische Ableitung der Richtwirkung ergibt folgendes: Bei gegebenem Längenzuwachs nimmt die Empfindlichkeit für einen bestimmten Winkel mit zunehmender Frequenz oder für eine bestimmte Frequenz mit zunehmendem Winkel mit abwechselndem Minima und Nebenmaxima ab. Der kleinste Maximalwert liegt 34 db unter der normalen Empfindlichkeit, das dann folgende erste Hauptmaximum ist so hoch gelegt, daß es nicht stört.

Der zur experimentellen Prüfung benutzte schallgedämpfte Raum erfüllte die in diesem besonderen Fall zu stellenden hohen Anforderungen in bezug auf Wellenform und Reflexionsfreiheit nicht, so daß die Meßwerte die Theorie nur angenähert bestätigen können.

Zum Vergleich der Richtwirkung verschiedener Mikrophone wird ein „Richtfaktor" definiert, der für einen Schnelleempfänger oder einen kombinierten Schnelle- und Druckempfänger den Wert $^1/_3$ hat. Die folgenden Werte wurden durch Messungen im schallgedämpften Raum erhalten.

	Frequenz in Hz					
	200	500	1000	2000	4000	8000
Dynamisches Druckmikrophon	1	1	$\frac{1}{1{,}5}$	$\frac{1}{2{,}3}$	$\frac{1}{5{,}5}$	$\frac{1}{6}$
	Richtfaktor					
Dasselbe mit vorgeschaltenen Röhren	$\frac{1}{3{,}4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{39}$

Zum Schluß wird über subjektive Prüfungen des Mikrophons und praktische Anwendungen bei der Rundfunkübertragung und Schallaufnahme in Räumen mit großem Nachhall berichtet. W. Kuhl

NACHRICHTEN

Aussendung der Normalfrequenzen 1000 und 440 Hz über den Deutschlandsender

Um den wissenschaftlichen und technischen Instituten und Laboratorien täglich, wenn auch nur für einige Minuten, eine Normalfrequenz zur Verfügung zu stellen, sendet der Deutschlandsender an allen Werktagen in den Zeiten von 11 Uhr bis 11^{08} den Ton 1000 Hz und von 11^{08} Uhr bis 11^{12} den Ton 440 Hz (Stimmton) aus. Beide Frequenzen werden von einer Quarzuhr der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt abgeleitet und sind bis auf $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ ihres Wertes richtig.

16. Große Deutsche Funkausstellung

Die Entwicklung des Volksempfängers und des deutschen Kleinempfängers hat gezeigt, wieviel billiger bei gleicher Qualität ein Rundfunkgerät sein kann, wenn sehr große Stückzahlen aufgelegt werden und wenn man dem Konstrukteur Zeit läßt, sein Gerät bis ins kleinste nach den Gesichtspunkten einer wirtschaftlichen Fertigung zu entwickeln. Das Reichs- und Preußische Wirtschaftsministerium und der Reichskommissar für Preisbildung haben deshalb der Rundfunkindustrie eine starke Einschränkung der Typenzahl auferlegt. Der Einfluß dieser Rationalisierung, die Verminderung der Typenzahlen und die damit zusammenhängende Verbilligung der Geräte sind der augenfälligste Eindruck dieser Ausstellung. Man findet auf Grund dieser Umstellung auch grundsätzliche Neuerungen, die vom physikalischen Standpunkt aus interessieren können, seltener als gut gelöste konstruktive Teilaufgaben. Hierzu gehören z. B. die für große Superhets allgemein eingeführten Tastenwähler, bei denen mit einem einfachen Druck auf eine Taste die Abstimmung auf eine Anzahl von Sendern vorgenommen werden kann. Für diese Tastaturen werden grundsätzlich zwei Verfahren angewandt. Es werden entweder mehrere elektrische Abstimmkreise benutzt, die durch die Tasten eingeschaltet werden, oder es wird ein einziger Abstimmkreis mechanisch durch Tasten auf bestimmte Werte eingestellt. Eine der Ostmarkenfirmen „Radiotechnische Fabrik Dr. Ing. N. Eltz" zeigt einen sehr netten Kofferempfänger, der sowohl mit 220 Volt ~ wie aus einer Autobatterie von 6 oder 12 Volt betrieben werden kann. Wer viel mit seinen Meßgeräten auf Reisen ist, wünscht sich häufig eine derartige Schaltung auch für Meßverstärker, Geräuschmesser usw.

Eine etwas lebhaftere Entwicklung findet man auf dem Mikrophongebiet. Die vier heute wichtigen Mikrophontypen, Kondensatormikrophon, Kristall-

mikrophon, dynamisches Mikrophon und Kohlemikrophon, werden sämtlich auf der Ausstellung gezeigt. Leider ist die deutsche Mikrophonfabrikation nicht vollständig vertreten. Die Entwicklung der Kondensatormikrophone geht zur Zeit in Richtung einer Verkleinerung der Mikrophone. So zeigt Telefunken das bekannte Gerlach-Mikrophon (Abb. 1) und auch Rectron ein neues kleines Modell (Abb. 2). Bei den Kristallmikrophonen fehlt vollständig die sogenannte Klangzelle. Es werden nur Mikrophone gezeigt, bei denen der Kristall mit einer Membran gekoppelt ist. Wenn so auch nicht die ausgeglichene Frequenzkurve der Klangzelle zu erreichen ist, hat die Anordnung doch den Vorteil größerer Empfind-

Abb. 1.
Kleines Kondensatormikrophon, Telefunken

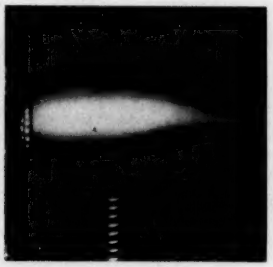


Abb. 2.
Kleines Kondensatormikrophon, Rectron

Abb. 3. Kristallmikrophon, Körting

Abb. 4. Kristall-Leisesprecher, Grawor

lichkeit und ermöglicht ein vollständiges Einkapseln des feuchtigkeitsempfindlichen Kristalles. Derartige Mikrophone werden von Körting (Abb. 3) und von Grawor in einer schon im vorigen Jahr gezeigten Ausführung geliefert.

Dynamische Mikrophone werden von Lorenz, von der AEG. und von Rectron gezeigt. Ob die dynamischen Mikrophone heute schon so weit entwickelt sind, daß sie einem hochwertigen Kondensatormikrophon gleichkommen, ist wohl noch zu bezweifeln. Äußerlich haben sie sich nicht gegenüber den vorjährigen Modellen geändert. Über Kohlemikrophone ist nichts besonderes zu sagen.

Die Entwicklung des dynamischen Lautsprechers scheint schon seit mehreren Jahren so ziemlich zum Abschluß gekommen zu sein. Man sieht deshalb wenig Neues. Nach den Angaben der Aussteller bemüht man sich zur Zeit vor allem darum, die Feldstärke im Luftspalt zu erhöhen, um die Empfindlichkeit zu steigern und um, was erheblich wichtiger erscheint, die Haupteigenschwingungen der

Abb. 5. Portaphon, Philips

Membranen zu dämpfen. Grawor zeigt einen Kristallautsprecher, der die Form einer allseitig geschlossenen flachen Dose von etwa 12 cm Durchmesser hat. Er trägt den Namen „Leisesprecher" und soll vor allen Dingen von Kranken benutzt werden, die an Stelle eines Kopfhörers sich den Leisesprecher auf das Kopfkissen legen (Abb. 4). Unter dem Namen „Portaphon" zeigt Philips einen Kommandolautsprecher nach Art eines Sprachrohres, bei dem Lautsprecher und Mikrophon zu einer baulichen Einheit vereinigt sind (Abb. 5). Der zu-

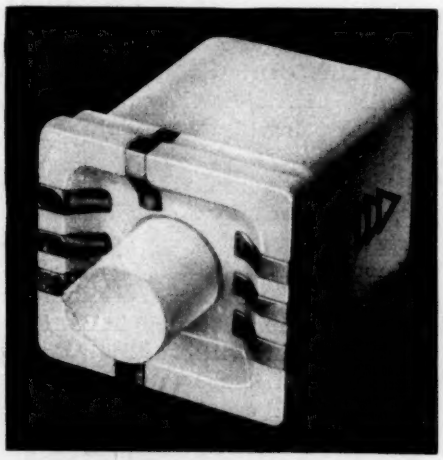


Abb. 6. Vollkeramische Empfängerröhre

gehörige Verstärker ist in einer Ledertasche, die an einem Riemen über der Schulter getragen werden kann, untergebracht.

Die Rundfunkröhrenindustrie hat eine neue Röhrenserie für Allstromgeräte herausgebracht, die eine geringere Heizleistung erfordert. Die Porzellanfabrik Hescho zeigt Rundfunkröhren, die mit Ausnahme der stromführenden Teile vollständig